



UNIVERSIDAD DE CUENCA
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL

**“DISTRIBUCIÓN DE FUERZAS HORIZONTALES EN EDIFICIOS
CONSIDERANDO EL EFECTO DEL MOMENTO FLEXOTORSOR”**

**TESIS PREVIA A LA OBTENCIÓN DEL
TÍTULO DE INGENIERO CIVIL**

AUTOR:
DIEGO ARMANDO TIGRE GÓMEZ

DIRECTOR:
ING. ÁNGEL JULVER PINO VELÁZQUEZ, MSC.

Cuenca – Ecuador
2015



RESUMEN

En esta tesis se desarrolla la formulación de la distribución de fuerzas horizontales en edificios producidas por los sismos, considerando el efecto del momento flexotorsor, con la finalidad de conocer la magnitud de los desplazamientos y los coeficientes de rigidez de las estructuras resistentes verticales.

Para dar solución a este tema de estudio se utiliza el método PPG. Este método lleva el fenómeno físico real a un modelo ideal equivalente y simplificado, utilizando el método de los desplazamientos en su enfoque matricial. Por otra parte, a este método se introduce el efecto del momento flexotorsor, aplicando la teoría de Vlasov. Para el cálculo y distribución del cortante basal se utiliza la NEC. Posteriormente, se resuelve un ejemplo numérico arbitrario de un edificio de seis niveles, y además, se realiza un análisis comparativo de dos resultados obtenidos: el primero sin considerar el efecto del momento flexotorsor y el segundo considerando el mismo.

Como resultado de esta investigación, se encontró que la consideración del efecto del momento flexotorsor genera con mayor eficiencia la distribución de fuerzas horizontales. Se obtiene una mayor rigidez a flexión, a cortante y a flexotorsión de los elementos rigidizadores verticales. Así mismo se logra reducir la magnitud de los desplazamientos. Esto nos permite incrementar la resistencia, estabilidad, seguridad, y funcionalidad del edificio.

Palabras Claves: Distribución de fuerzas horizontales, rigidizador vertical, momento flexotorsor, teoría de Vlasov.



ABSTRACT

In this thesis the formulation of the distribution of horizontal forces in buildings produced by earthquakes is developed, considering the effect of the flexotorsor moment, in order to know the magnitude of displacements and the rigidities coefficients of the vertical resistant structures.

To give solution to this issue a study of the PPG method is used. This method carries the real physical phenomenon to an ideal model equivalent and simplified, using the displacement method in their matrix approach. Moreover, the effect of flexotorsor moment is introduced into the method, applying the theory of Vlasov. For the calculation and distribution of the base shear is used the NEC. Subsequently, an arbitrary numerical example of a six-story building is resolved, and also, a comparative analysis of two results is performed: the first without considering the effect of flexotorsor moment and the second considering the same.

As a result of this investigation, it was found that the consideration of the effect of flexotorsor moment generates a more efficient distribution of horizontal forces. Greater flexural rigidity, shear and flexure torsion of the vertical stiffening elements is obtained. It is also possible to reduce the magnitude of displacement. This allows us to increase resistance, stability, security, and functionality of the building.

Keywords: Distribution of horizontal forces, vertical stiffener, flexotorsor moment, Vlasov theory.



ÍNDICE

1	PRESENTACIÓN.....	13
1.1	Introducción y Antecedentes	13
1.2	Justificación.....	13
1.3	Alcance	14
1.4	Objetivos	14
1.4.1	Objetivo General.....	14
1.4.2	Objetivos Específicos	14
2	MARCO TEÓRICO	15
2.1	Introducción.....	15
2.2	Fuerzas horizontales	15
2.2.1	Acción del Viento	16
2.2.2	Acción del sismo.....	16
2.3	Rigidizadores verticales	18
2.3.1	Pórticos.....	19
2.3.2	Tímpanos.....	19
2.3.3	Muros de carga o pantallas.....	19
2.3.4	Núcleo Rígido	20
2.4	Efecto del momento flexotoror.....	20
2.4.1	Teoría de Vlasov (1961)	21
2.5	Fuerzas laterales según la norma ecuatoriana de la construcción	25
2.5.1	Tipo de uso, destino e importancia de la estructura	26
2.5.2	Coeficiente de configuración estructural en planta	26
2.5.3	Coeficiente de configuración estructural en elevación	27
2.6	Distribución de fuerzas horizontales mediante el método PPG	32
2.6.1	Antecedentes del método	33
2.6.2	Hipótesis	33
2.6.3	Principio del contragradiante	34
2.6.4	Exposición general del método.....	35
2.6.5	Convenio de signos	41
3	ANÁLISIS Y RESULTADOS	42
3.1	Exposición general del ejemplo numérico	42



3.2	Cálculo de carga muerta y carga viva	43
3.3	Cálculo del cortante basal según la NEC	44
3.4	Análisis utilizando el método de distribución de fuerzas horizontales .	45
3.5	Evaluación de resultados	52
3.5.1	Resultados sin considerar la Flexotorsión	52
3.5.2	Resultados considerando la Flexotorsión	55
3.5.3	Discusión de resultados.....	57
4	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	59
5	BIBLIOGRAFÍA	60
6	ANEXOS	63

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Efecto producido por fuerzas horizontales (F).	15
Figura 2: Punto de aplicación de la fuerza de viento (F_w).	16
Figura 3: Efecto de las oscilaciones horizontales en un edificio ante una acción sísmica.	17
Figura 4: Efecto de tensiones tangenciales provocadas por la flexotorsión.	21
Figura 5: Componentes del desplazamiento de la sección transversal en su plano.....	22
Figura 6: Componentes de un perfil canal.....	23
Figura 7: Planta tipo para la exposición del método.	35
Figura 8: Cálculo de la matriz de rigidez de forma indirecta en una estructura resistente vertical.	38
Figura 9: Disposición de estructuras resistentes verticales en planta.	42
Figura 10: Vista del edificio de 6 niveles en perspectiva.	43
Figura 11: Distribución de los puntos de aplicación de las cargas laterales en planta.....	45
Figura 12: Distribución del cortante basal en sentido +X de cada nivel.	47
Figura 13: Representación gráfica y enumeración de orden de los rigidizadores verticales.	48



Figura 14: Comportamiento de un rigidizador ante un desplazamiento unitario.	49
Figura 15: Matriz de rigidez sin flexotorsión y con flexotorsión.	51
Figura 16: Desplazamiento lineal y angular (Z_x, Z_y, Z_z), según la dirección de aplicación de las fuerzas externas (sin flexotorsión).	53
Figura 17: Fuerzas y momentos distribuidos en cada rigidizador, en el eje x, y, z, según la dirección de aplicación de las fuerzas externas (sin flexotorsión)..	54
Figura 18: Desplazamiento lineal y angular (Z_x, Z_y, Z_z), según la dirección de aplicación de las fuerzas externas (con flexotorsión).	55
Figura 19: Fuerzas y momentos distribuidos en cada rigidizador, en el eje x, y, z, según la dirección de aplicación de las fuerzas externas (sin flexotorsión)..	57

LISTA DE TABLAS

Tabla 1: Tipo de uso, destino e importancia de la estructura (NEC).	26
Tabla 2: Coeficiente de configuración estructural en planta (NEC).	27
Tabla 3: Coeficientes de configuración estructural en elevación (NEC).	29
Tabla 4: Coeficiente de reducción de respuestas estructural R (NEC).	31
Tabla 5: Carga muerta y carga viva actuantes en el edificio.	44
Tabla 6: Calculo del Cortante Basal (V).	44
Tabla 7: Distribución del Cortante Basal.	45
Tabla 8: Elementos de la matriz de incidencia (A) que toman el valor de 1. .	48
Tabla 9: Valores que conforman la matriz P, según el sentido de aplicación de la carga lateral.	50
Tabla 10: Parámetros de los rigidizadores de acuerdo a su línea de acción....	50
Tabla 11: Desplazamientos del edificio según la dirección de aplicación de las fuerzas externas, sin flexotorsión.	52
Tabla 12: Fuerzas y momentos distribuidos en cada rigidizador, en el eje x, y, z, según la dirección de aplicación de las fuerzas externas (sin flexotorsión).	54
Tabla 13: Desplazamientos del edificio según la dirección de aplicación de las fuerzas externas, con flexotorsión.	55



Tabla 14: Fuerzas y momentos distribuidos en cada rigidizador, en el eje x, y, z, según la dirección de aplicación de las fuerzas externas (con flexotorsión). ... 56

LISTA DE ANEXOS

Anexo 1: Cálculo de cargas actuantes y cálculo del cortante basal.	63
Anexo 2: Matriz de incidencia (A).	64
Anexo 3: Matriz r de los rigidizadores 1 y 3, considerando la flexotorsión.	65
Anexo 4: Matriz r del rigidizador 2, considerando la flexotorsión.	66
Anexo 5: Matriz r del rigidizador 4, considerando la flexotorsión.	67
Anexo 6: Desplazamientos (z) de cada rigidizador ordenado por pisos.	68
Anexo 7: Fuerzas (p) de cada rigidizador ordenado por pisos.	69
Anexo 8: Fuerzas lineales y angulares (p) ordenados por rigidizadores en el eje x, y, z.	70
Anexo 9: Desplazamientos lineales en el eje x, ordenados por rigidizadores. .	71
Anexo 10: Desplazamientos lineales en el eje y, ordenados por rigidizadores.	72
Anexo 11: Desplazamientos angulares en el eje z, ordenados por rigidizadores.	73



Universidad de Cuenca



Universidad de Cuenca
Cláusula de derechos de autor

Yo, *DIEGO ARMANDO TIGRE GÓMEZ*, autor de la tesis “DISTRIBUCIÓN DE FUERZAS HORIZONTALES EN EDIFICIOS CONSIDERANDO EL EFECTO DEL MOMENTO FLEXOTORSOR”, reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de Ingeniero Civil. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, 8 de octubre de 2015

DIEGO ARMANDO TIGRE GÓMEZ

C.I.: 1400756605



Universidad de Cuenca



Universidad de Cuenca
Cláusula de propiedad intelectual

Yo, *DIEGO ARMANDO TIGRE GÓMEZ*, autor de la tesis “DISTRIBUCIÓN DE FUERZAS HORIZONTALES EN EDIFICIOS CONSIDERANDO EL EFECTO DEL MOMENTO FLEXOTORSOR”, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 8 de octubre de 2015

DIEGO ARMANDO TIGRE GÓMEZ

C.I.: 1400756605



DEDICATORIA

Dedico este trabajo principalmente a Dios, por haberme permitido llegar a este momento tan importante de mi formación profesional. A mis padres, por inculcarme los más sabios consejos y buenos valores, por haberme brindado un apoyo incondicional y por ser el motivo de superación. A mis hermanos, que han sido mis compañeros y testigos de un largo camino de logros y tropiezos encontrados. De igual forma, a mi hija Tíffany, quien es mi inspiración, felicidad y esperanza.

Diego Tigre



AGRADECIMIENTO

A Dios, por guiarme y ser la fortaleza en el caminar de mis días. A mis padres que de una y otra manera impulsaron, y motivaron mi superación, quienes con su esfuerzo, apoyo y dedicación fueron un ejemplo de humildad, amor y respeto.

Al director de este trabajo, Ing. Julver Pino, por la confianza, apoyo y conocimiento brindado en la elaboración de la presente tesis.

A la Universidad de Cuenca, y docentes por haberme inculcado todo el conocimiento y experiencias prácticas en el campo de la ingeniería civil.

A mis amigos y compañeros, que compartieron grandes experiencias y responsabilidades, por el apoyo mutuo y valioso, que durante mi preparación profesional demostraron ser personas con capacidad y calidad humana.

Diego Tigre



SÍMBOLOS Y ABREVIATURAS

w	Área sectorial
I_w	Momento de inercia sectorial
I	Momento de inercia lineal
B	Bimomento
σ	Tensiones normales a la sección transversal
M_f	Momento torsor
M_{ft}	Momento flexotorsor
ϕ	Ángulo de giro de la sección o giro angular
I_t	Momento de inercia a torsión
E	Módulo de elasticidad
G	Módulo de cortante
H	Altura total del edificio
Z_i	Altura del nivel i medido desde la base del edificio
NEC	Norma Ecuatoriana de la Construcción
Φ_P	Coefficiente de configuración estructural en planta
Φ_E	Coefficiente de configuración estructural en elevación
V	Cortante basal de diseño
W	Carga reactiva por sismo
T	Periodo de vibración
R	Factor de reducción de resistencia sísmica
P	Vector de las fuerzas de ligadura en ejes generales
K	Matriz de rigidez en ejes generales
Z	Vector de los desplazamientos en ejes generales
p	Vector de las fuerzas de ligadura en ejes locales
k	Matriz de rigidez en ejes locales
z	Vector de las fuerzas de ligadura en ejes locales



Q	Vector de cargas laterales
β	Ángulo de inclinación de la carga lateral
α	Ángulo de inclinación del elemento resistente vertical en planta
C	Matriz de conexión
A	Matriz de incidencia
r	Matriz de rigidez ordenada por elementos resistentes verticales
$X+$	Aplicación de la carga lateral en el sentido del eje x positivo
$X-$	Aplicación de la carga lateral en el sentido del eje x negativo
$Y+$	Aplicación de la carga lateral en el sentido del eje y positivo
$Y-$	Aplicación de la carga lateral en el sentido del eje y negativo
FT	Flexotorsión
SIU	Sistema Internacional de Unidades



1 PRESENTACIÓN

1.1 Introducción y Antecedentes

A lo largo de la historia el desarrollo de las edificaciones se han incrementado paralelo al crecimiento poblacional. Con el hormigón armado y el acero surge una nueva tendencia en la construcción, los edificios de gran altura, con la finalidad de obtener una gran cantidad de superficie útil en un espacio de suelo.

En los últimos 15 años se ha tenido más de 100.000 muertes de personas, alrededor del mundo, por el daño y colapso de edificaciones a causa de desastres naturales ^[1]. El efecto producido ha de responder a una mala calidad de materiales utilizados en la construcción, una mala disposición de elementos estructurales, plantas blandas, pilares cortos y una ausencia o mala práctica de un diseño estructural.

Las edificaciones que se encuentran en zonas donde los cambios en la corteza terrestre se encuentran activas, muchas veces no se ciñen a un criterio de diseño adecuado que cumpla con la rigidez y resistencia de la estructura en su conjunto. Además, el sobre dimensionamiento de los elementos verticales del edificio frecuentemente ha incrementado su peso exageradamente, haciendo que la misma sea incapaz de permanecer de pie ante acciones o fuerzas laterales (sismo y/o viento). Por lo tanto, el efecto que estas acciones producen en edificios conforme crecen en altura, es cada vez mayor.

Las fuerzas laterales que producen las acciones de sismo y/o viento, sobre una estructura, ha conseguido una amplia preocupación en la ingeniería estructural, el mismo que busca disminuir los efectos que estas acciones producen. Hoy en día se han desarrollado diferentes métodos y modelos computacionales para solucionar el problema de las fuerzas laterales, clasificándose dentro del gran conjunto de los métodos estáticos y dinámicos, eficientes cada uno de ellos en su campo de aplicación, mismos que buscan desarrollar fuerzas de sismos y/o vientos cada vez más pequeñas.

1.2 Justificación

Consecuentemente por la necesidad de disminuir la vulnerabilidad de las construcciones; garantizar la estabilidad, seguridad y funcionalidad del edificio, así como para evitar colapsos en zonas más vulnerables a sismos, que muestran un alto índice de mortalidad y cuantiosas pérdidas económicas, se presenta y se desarrolla la distribución de fuerzas horizontales considerando el efecto del momento flexotorsor.

Además, la distribución de fuerzas horizontales busca incrementar las fuerzas de rigidez a flexión, cortante, torsión y flexotorsión de la estructura en conjunto. Si tomamos en cuenta la influencia del aporte espacial de los rigidizadores, la



introducción y consideración del aporte de los diafragmas y rigidizadores verticales de sección abierta se consigue una formulación más general en el proceso de distribución de fuerzas horizontales, mediante un sistema matricial.

1.3 Alcance

El presente estudio permite conocer la forma en la que se distribuyen las fuerzas horizontales, la magnitud de los desplazamientos y los coeficientes de rigidez de un edificio, mediante un ejemplo numérico, en respuesta a los grandes efectos que producen las acciones laterales, específicamente la acción de los sismos.

Para dar solución a estas incógnitas se presenta un método práctico, versátil y eficaz en su campo de aplicación, conocido como el método PPG [Pimpo, Prendes, Gregorio (1994)]. El mismo que lleva el fenómeno físico real a un modelo ideal equivalente y simplificado para la obtención de coeficientes de rigidez, mediante el método de los desplazamientos.

A nivel práctico, el método PPG, mediante hipótesis y limitaciones obtiene una mayor simplificación del fenómeno físico real, el mismo que viene a presentar una oportunidad importante en el campo estructural, de conocer y abordar con mayor precisión los efectos producidos por acciones horizontales, que en muchos de los casos se tiene conocimientos con debilidades prácticas.

El método además tiene la posibilidad de escalonamiento de la cimentación y de presentar alturas variables en entrepisos. En cuanto a estructuras monótonas, donde la solución es más rigurosa, la aplicación del método permite el análisis de rigidizadores que no coinciden de un entrepiso a otro, además, permite el análisis de la combinación, ya sean entre tímpanos, pórticos, pantallas y/o núcleos.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo General

Estudiar y conocer la distribución de fuerzas horizontales en edificios considerando el efecto del momento flexotorsor.

1.4.2 Objetivos Específicos

1. Definir la distribución de fuerzas horizontales en edificios.
2. Estudiar el efecto del momento flexotorsor.
3. Realizar la distribución de las fuerzas horizontales en un edificio de seis niveles, considerando el efecto del momento flexotorsor.
4. Realizar un análisis comparativo de los desplazamientos y coeficientes de rigidez de los elementos verticales, resultados obtenidos de considerar el momento flexotorsor y de no considerar el mismo.

2 MARCO TEÓRICO

2.1 Introducción

Los edificios son estructuras que se comportan efectivamente de un modo espacial frente a la acción de las cargas, tanto verticales como horizontales, donde se produce una interacción entre la rigidez axial, flector, cortante y flexo torsión. En este capítulo trataremos temáticas relacionadas con las fuerzas horizontales, en los que incluye el efecto del momento flexotorsor, así mismo se estudiarán las acciones de viento y sismo, las mismas que influyen directamente en los rigidizadores verticales, siendo la base fundamental de nuestro estudio, en el cual se busca distribuir dichas fuerzas horizontales mediante la adaptación del método PPG, basado en el método de los desplazamientos con enfoque matricial.

En todo estudio es de gran importancia el proceso con el que se llega a una solución. Por ello, se expondrá toda la concepción del método que utilizaremos para la distribución de fuerzas horizontales, el mismo que consta de antecedentes, hipótesis, principio de contragradiente, exposición general del método y convenio de signos.

2.2 Fuerzas horizontales

Fuerzas horizontales o fuerzas laterales son las que necesitan ser distribuidas en toda la altura del edificio de tal manera que garantice la seguridad y cumpla con el propósito para el cual fue construido dicha estructura, es decir, que la estructura absorba al máximo las acciones horizontales (viento y/o sismo), las mismas que producen efectos de flexión, corte, torsión y flexotorsión (Figura 1).

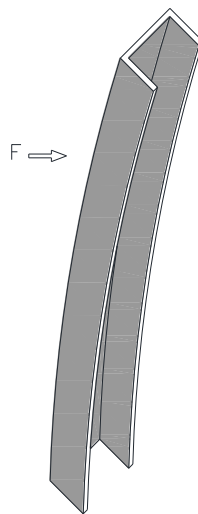


Figura 1: Efecto producido por fuerzas horizontales (F).

2.2.1 Acción del Viento ^[2]

El viento es una carga dinámica con una determinada dirección e intensidad, dicho en otras palabras es una masa de aire en movimiento que al chocar contra el edificio produce un momento volcador, que aumenta con la velocidad, superficie expuesta y altura del edificio. La presión dinámica producida por el viento es máxima en el centro del frente que está expuesto y va disminuyendo en los bordes (Figura 2). Para el caso de edificios que no presenten irregularidad tanto en planta como en elevación, y que son estructuras de peso considerable, se considera como una acción estática.

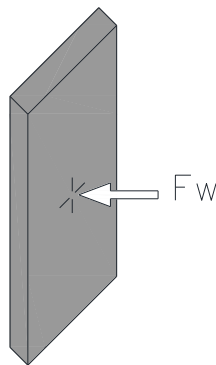


Figura 2: Punto de aplicación de la fuerza de viento (F_w).

La acción del viento en edificios incrementa el efecto a medida que el edificio incrementa su altura. Por lo tanto el edificio es una ménsula que está sometido a flexión, en el que hay que verificar las cargas permanentes, es decir, verificar la esbeltez del edificio, la rigidez, el volcamiento y la tensión admisible del terreno.

Para disminuir el efecto, el edificio debe contener suficiente cantidad de elementos de rigidez vertical (tabiques o pantallas, pórticos, núcleos rígidos) capaces de absorber las fuerzas sin llegar a la ruptura.

2.2.2 Acción del sismo ^[3]

La acción del sismo se incluye estrictamente en la ingeniería estructural del día de hoy, para así seguir un desempeño sísmico efectivo que garantice la protección que se brinda a toda una sociedad ocupante y aledaña de posibles amenazas que causen los efectos de movimientos sísmicos en estructuras. En referencia al estudio de la acción del sismo, es un tema que a pesar de su gran avance en el cálculo estructural, siguen existiendo aspectos que estudiar y experimentar para disminuir la complejidad del tema que aun alrededor del mundo sigue generando grandes desastres estructurales y en especial afectando vidas humanas, por lo mismo esta fuerza horizontal será la principal aplicación en nuestro tema de estudio.

Los sismos son fenómenos geológicos, que varían en su frecuencia e intensidad en todas las regiones de la tierra. Los sismos ocurren por lo general en perfiles

de zonas accidentadas, especialmente las ocupadas por cordilleras y montañas geológicamente nuevas. La causa de los sismos podría encontrarse por derrumbamiento de grandes cuevas subterráneas, erupciones volcánicas y movimientos tectónicos, como son las formaciones de fallas, rupturas y dislocaciones de la corteza terrestre. Por lo tanto, el sismo no es más que una liberación de energía acumulada bajo nuestra corteza terrestre.

El efecto de las oscilaciones horizontales en un edificio provoca que las fuerzas derivadas por la inercia actúen del uno y del otro sentido (Figura 3). Los movimientos horizontales del suelo pueden provocar en las diferentes partes del edificio esfuerzos que no alcancen ser absorbidos al considerar únicamente movimientos verticales. Por lo tanto estas fuerzas horizontales producidas por el sismo presentan un máximo peligro que justifica la importancia y obligación del incluir en el cálculo estructural y la vez aplicar la distribución de fuerzas horizontales.

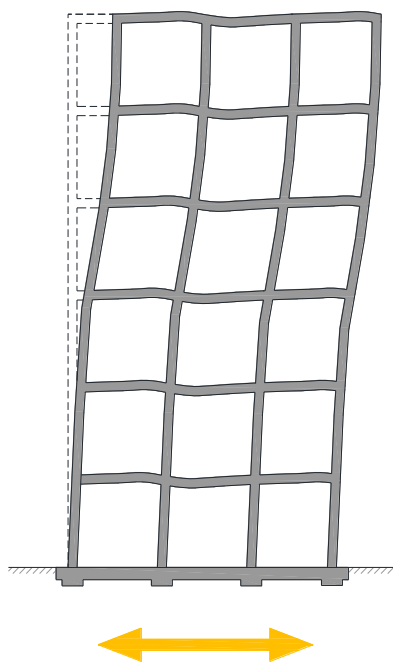


Figura 3: Efecto de las oscilaciones horizontales en un edificio ante una acción sísmica.

La acción sísmica global, a fines de aplicación práctica, se reduce a un ejemplo de fuerza horizontal aplicado en el centro de gravedad del edificio (centro de masas), por donde pasara la resultante de los esfuerzos horizontales parciales originados en las masas de los distintos elementos de construcción. El empuje produce efectos como la tendencia a deslizarse la parte superior del edificio separándose de la base fija del terreno, lo que puede producir el colapso del edificio, produce además la tendencia a volcamiento debido a que el centro de masas se encuentre más alto, es decir, aquellas estructuras donde por lo menos

la mitad de la carga gravitacional está en el tercio superior de su altura total y tiene un solo elemento de soporte en la dirección que se analiza.

La ausencia o existencia de diafragmas rígidos determina dos tipos de estructuración que son fundamentalmente diferentes desde el punto de vista de las solicitaciones horizontales. El primer caso es cuando tenemos entrepisos deformables, es decir, los entrepisos no constituyen un diafragma rígido y por tanto no existe condición de compatibilidad de deformaciones, a su vez no son recomendados. En el segundo caso, el esfuerzo cortante sísmico será transmitido por el diafragma rígido a los rigidizadores verticales en tal forma que la deformación de cada elemento sea compatible con la condición de diafragma rígido.

La simetría de la planta define el efecto actuante en el edificio, en una planta simétrica donde existe una razonable coincidencia entre los centros de masa y rigidez se tiene un solo efecto de traslación bajo la acción del empuje sísmico, en cambio cuando la planta sea asimétrica donde no coinciden los centros de masa y rigidez, además del efecto mencionado aparecerá una torsión que incrementará a medida que mayor sea la excentricidad del centro de masas respecto al centro de rigidez, conocido también como el efecto del momento flexotorsor.

En la siguiente sección estudiaremos ligeramente algunos de los elementos rigidizadores verticales más importantes, que en la actualidad son utilizados para disipar la energía proveniente de un sismo sobre una estructura.

2.3 Rigidizadores verticales

Los rigidizadores verticales son elementos que tienen su función de proveer rigidez y estabilidad a la estructura frente a fuerzas horizontales y en especial para soportar todo el peso que genera una estructura, es decir soportar cargas horizontales y verticales. En un edificio, las condiciones funcionales y de uso interfieren definitivamente en la conformación lógica de rigidizadores verticales, para cumplir con una adecuada resistencia al cortante y un desarrollo correcto del mecanismo de flexión entre las caras límites del edificio, y al efecto del momento flexotorsor.

Entre los tipos de rigidizadores verticales que generalmente más se utilizan dependiendo el coste y la altura del edificio, tenemos los siguientes: pórticos ^[4], tímpanos ^[5], pantallas y núcleo rígido ^[6] ^[7], mismos que se describen en las subsecciones de esta sección. Estas tipologías pueden trabajar solas o en su conjunto por la combinación entre las mismas, de acuerdo a la funcionalidad del edificio.

Los rigidizadores verticales más utilizados en edificaciones son de sección abierta, tales como I, C, T, etc., las mismas que generan una importante rigidez

con la introducción y desarrollo del efecto flexotorsor en este tipo de rigidizadores.

2.3.1 Pórticos

Los pórticos tienen su origen en el primitivo conjunto de la columna y el dintel de piedra, usado por los antiguos, en las construcciones clásicas de los griegos. En estos la flexión solo se presenta en el elemento horizontal (viga) para las cargas verticales y el elemento vertical (columna) para cargas horizontales.

Esta estructura es la normalmente utilizada en la construcción de estructuras de concreto reforzado y acero estructural para edificaciones de viviendas multifamiliares u oficinas. Está constituida por pilares verticales empotrados en las losas que constituyen el forjado del edificio. Son estructuras cuyo comportamiento está gobernado por la flexión. Los pórticos funcionan como estructuras planas ya que las acciones, reacciones, luces y deformaciones se dan en un mismo plano.

2.3.2 Tímpanos

Los tímpanos pueden ser de hormigón o acero, los mismos que pueden ser macizos o perforados, ya sean de sección rectangular o sección canal. Dichos rigidizadores tienen una amplia funcionalidad y eficiencia para proveer de rigidez y estabilidad a la estructura frente a cargas horizontales, y frente a ello son económicos en cuanto a la resistencia. La disposición en planta son generalmente paralelos a la menor dimensión del edificio, la más vulnerable frente a la inestabilidad por fuerzas horizontales.

Las principales ventajas de los tímpanos de hormigón armado son; la gran velocidad con que se construyen utilizando la técnica de moldes deslizantes, la baja cuantía de armadura necesaria y su alto aislamiento térmico, acústico y de protección contra incendio. Sin embargo tienen la limitante de que reducen el área útil y existe pérdida de flexibilidad por la disposición que tienen en la edificación.

2.3.3 Muros de carga o pantallas

Se caracterizan por su pequeño espesor y gran canto, identificadas también como pared delgada de sección abierta, y pueden ser de hormigón o metálicas. La necesidad de introducir rigidez a flexión en los elementos verticales en una estructura pórtico lleva a disponer de una serie de pantallas que, distribuidas a lo largo y ancho del edificio, sean las encargadas de recoger las cargas horizontales y verticales para transmitir al suelo.

Las cargas verticales se transmiten por flexión del forjado, generando tensiones de compresión que dependen del ancho de los vano, de la altura del edificio y de las dimensiones y disposición de pantallas. Por otro lado las cargas horizontales se distribuyen a lo largo de los forjados que actúan como un diafragma, hasta llegar a las pantallas paralelas a la acción de la fuerza; estas pantallas

responden, debido a su rigidez, como una viga de gran canto, reaccionando a corte y flexión contra el vuelco.

Su distribución en planta debe ser tal que proporcione rigidez a flexión y torsión al edificio. Para conseguir mayor rigidez a flexión es necesario que la pantalla tenga suficiente canto, es decir, a mayor canto, mayor es la rigidez a flexión, mientras que para la rigidez a torsión se debe establecer suficiente distancia entre ellas para que ante fuerzas no concentradas desarrollen el par torsor suficiente. A ser posible deben adoptar una distribución simétrica en el edificio para evitar solicitaciones torsoras complementarias.

2.3.4 Núcleo Rígido

El núcleo rígido puede ser de hormigón o metálico, o la combinación entre los dos, así mismo constituye un caso particular de las estructuras formadas por pantallas. La pantalla se pliega formando una columna cajón de gran rigidez a flexión y torsión. Esta tipología se utiliza generalmente en edificios que estén destinados a oficinas o locales comerciales.

Frente a las cargas horizontales, los núcleos actúan como grandes vigas en voladizo sobre el terreno, por lo que las tensiones de flexión y cortante que se generan son similares a las de una viga de cajón. Como el núcleo también soporta cargas gravitatorias, las fuerzas inducidas de compresión contrarrestan las tracciones que produce el momento debido a las cargas horizontales o laterales aumentando la capacidad de resistir cortantes.

2.4 Efecto del momento flexotorsor

El centro de corte es el punto respecto del cual los momentos de las tensiones, en una sección sometida a flexión y corte, están en equilibrio. Cuando el esfuerzo de corte no pasa por el centro de corte se produce torsión, generalmente en secciones abiertas.

En piezas no simétricas, el centro de cortante no coincide con el centro de gravedad, provocando acoplamiento entre flexión y torsión, lo significa que si existe flexión existirá simultáneamente torsión y viceversa, lo cual obliga en un diseño a calcular el momento torsor y las tensiones tangenciales para poder estimar la tensión máxima ^[8]. Por lo tanto, el efecto del momento flexotorsor se presenta en una sección transversal de un elemento estructural vertical cuando la dirección de la carga horizontal contenida en el plano de dicha sección no pasa por el centro de gravedad del elemento, haciéndose apreciable el alabeo de la sección.

En nuestro caso de utilizar secciones abiertas se presenta el alabeo seccional. La torsión uniforme (Saint Venant) en secciones que alabeo ocurre para vínculos que no restrinjan el alabeo y el momento torsor constante en toda la barra. Estos vínculos en las barras pueden restringir la rotación seccional y no el

alabeo, además, restringir la rotación y el alabeo, manteniendo la sección plana. Por lo tanto, cuando tenemos torsión uniforme las secciones no alabean o si lo hacen es el mismo en todas las secciones, solo generan tensiones tangenciales. Las tensiones tangenciales generadas son inversamente proporcionales a su valor, depende de la forma y geometría seccional.

Cuando tenemos torsión no uniforme, la sección debe alabearse, en alguna sección el momento torsor no es constante. Al no ser el alabeo constante las deformaciones relativas entre secciones generan tensiones normales y tangenciales adicionales a las de Saint Venant. La torsión por alabeo, cuando existe es totalmente dominante ^[9].

Se puede presentar la unión de torsión uniforme y no uniforme. La torsión uniforme siempre está presente. La torsión no uniforme se presenta si la sección alabea y existe alguna restricción al alabeo o el torsor es variable.

El efecto del momento flexotorsor, en el caso de elementos de hormigón armado genera roturas si no se han previsto de armaduras adecuadas durante su diseño, que serán encargadas de dar ductilidad a la estructura. Un elemento dúctil, antes de llegar a la rotura, muestra fisuras inclinadas de 45° respecto del eje del elemento, que avisa que se va a romper, indicando el agotamiento de la capacidad portante, y así tomar medidas de seguridad ^[10].

Analizando que lo provoca a las fisuras, al ser sometidas a tensiones tangenciales provocadas por la torsión, se puede mencionar que en este tramo de fisura se encuentran actuando dos tipos de fuerzas resultantes: compresión y tracción (Figura 4). En donde las resultantes a compresión siguen la dirección de la fisura y las resultantes de tracción (perpendicular a la dirección de la fisura) es la que justifica a la fisura dada la escasa resistencia a tracción del hormigón.

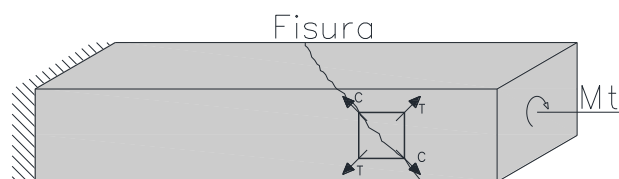


Figura 4: Efecto de tensiones tangenciales provocadas por la flexotorsión.

2.4.1 Teoría de Vlasov (1961) ^[11]

Vlasov fue un científico soviético que no se limitó a desarrollar el estudio del problema de la estabilidad de los perfiles de pared delgada. La teoría de Vlasov comprende ampliamente el tema de los perfiles de pared delgada y de sección arbitraria, específicamente para nuestro estudio, el problema de la flexotorsión o bimomento. La teoría de Vlasov es ampliamente utilizada, hoy en día, en

diferentes áreas de la ingeniería estructural por diferentes investigadores sobre el tema, entre ellos comprendiendo el cálculo para puentes de hormigón armado.

Las bases teóricas enfocadas a nuestro tema de estudio involucra; el área sectorial, momento sectorial de inercia, centro de flexión, bimomento y finalmente tensiones tangenciales en perfiles de pared delgada, es decir el momento flexotorsor.

La expresión analítica del alabeo de las secciones transversales de perfiles de pared delgada está basado en una serie de hipótesis, entre ellas mencionaremos dos importantes. La primera, se considera las secciones transversales absolutamente rígidas en su plano, suponiendo que la configuración de la sección transversal permanece sin alterarse ante una acción externa. La segunda, se admite que en la superficie del perfil no existe distorsión, en otras palabras la influencia sobre la deformación es prácticamente despreciable. Además se admite que el material es absolutamente elástico, que cumple la ley de Hooke.

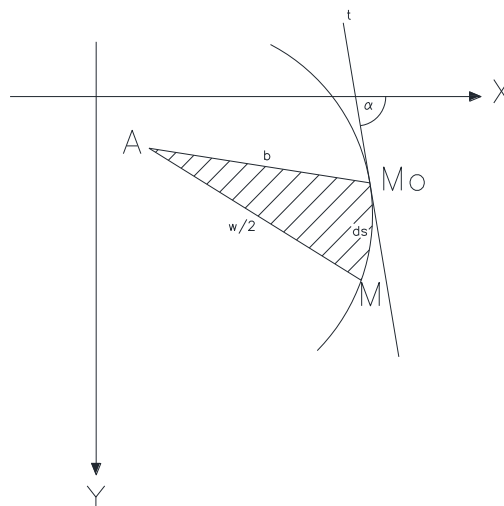


Figura 5: Componentes del desplazamiento de la sección transversal en su plano.

Partiendo de estas hipótesis se busca la expresión de los desplazamientos longitudinales de un punto de la sección transversal de la barra. De la misma, obtendremos la expresión del área sectorial del punto mencionado, considerando positivo en sentido horario, que representa una integral doble del área del sector desplazado (Figura 5):

$$\omega = \oint_{Mo}^M b \cdot ds \quad \dots(1)$$

El momento de inercia sectorial se calcula como el duplo del área del triángulo $AMMo$, involucrando directamente al área sectorial y su expresión esta como sigue, medido en unidades lineales elevadas a la sexta potencia (mm^6 , cm^6 ó m^6):

$$I_w = \oint \omega^2 \cdot dA \quad \dots(2)$$

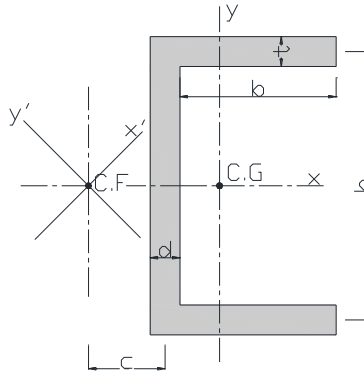


Figura 6: Componentes de un perfil canal.

Dicho anteriormente, si las cargas no se aplican directamente en el centro de flexión o centro de cortante, se produce una torsión y simultáneamente la flexión, es decir, se da el efecto del momento flexotorsor. Para un perfil [(Figura 6), que utilizaremos, realizando los cálculos del momento de inercia sectorial principal con respecto al centro de flexión, tenemos:

$$I_w = \frac{b^3 h^2 t}{12} \cdot \frac{2hd+3bt}{6bt+hd} \quad \dots(3)$$

En forma de resumen podemos afirmar que cada punto de la línea media de la sección transversal de la barra de paredes delgadas tiene cuatro coordenadas generalizadas, con ellas se puede formular distintas características geométricas de la sección, como son:

$\oint 1^2 \cdot dA = A$: área de la sección,
$\oint 1x \cdot dA = S_y$: momento estático lineal con respecto al eje "y",
$\oint 1y \cdot dA = S_x$: momento estático lineal con respecto al eje "x",
$\oint 1\omega \cdot dA = S_w$: momento estático sectorial,
$\oint xy \cdot dA = P_{xy}$: producto de inercia lineal,
$\oint x\omega \cdot dA = P_{x\omega}, \oint y\omega \cdot dA = P_{y\omega}$: productos de inercia secto-lineales,
$\oint y^2 \cdot dA = I_x$: momento de inercia lineal con respecto al eje "x",
$\oint x^2 \cdot dA = I_y$: momento de inercia lineal con respecto al eje "y",
$\oint \omega^2 \cdot dA = I_\omega$: momento de inercia sectorial.



Exigiendo que: $\oint x \cdot dA = \oint y \cdot dA = 0$, se obtiene la posición del centro de gravedad de la sección, además, exigiendo que: $\oint \omega \cdot dA = 0$, se obtiene la posición del punto de origen "Mo". Para que los ejes "x" y "y" sean ejes principales se necesita $\oint xy \cdot dA = 0$, para que el punto de referencia de las áreas sectoriales sean el centro de flexión es necesario $\oint x\omega \cdot dA = \oint y\omega \cdot dA = 0$.

El bimomento (B) es un esfuerzo interno o acción interna auto equilibrada resultante de las tensiones perpendiculares a la sección transversal asociadas al alabeo seccional de un prisma mecánico, en nuestro caso de una barra de perfil canal. Este se mide en $kg \cdot cm^2$, y así mismo al ser una acción interna auto equilibrada, no se puede obtener de las ecuaciones de la estática.

El bimomento se calcula por la fórmula:

$$B = - \oint \sigma \omega \cdot dA \quad \dots(4)$$

en donde:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} \cdot y + \frac{M_y}{I_y} \cdot x - \frac{B}{I_\omega} \cdot \omega : \quad \text{tensiones normales a la sección transversal,}$$

así mismo:

N : fuerza axial,

M_x, M_y : momentos flectores,

Proyectando las fuerzas normales sobre el eje "z" tendremos las tensiones tangenciales a la sección transversal, introduciendo un nuevo concepto que es la deriva del bimomento, o momento flexotorsor, su expresión es:

$$M_\omega = \frac{dB}{dz} = EI_\omega \ddot{\phi} = M_{ft} \quad \dots(5)$$

El momento total (M_{total}) está compuesto por el momento flexotorsor (M_{ft}) y por el momento correspondiente a la torsión pura (M_t), quedando así:

$$M_{total} = M_\omega + M_t \quad \dots(6)$$

El momento torsor puro M_t está relacionado con la deriva del ángulo de giro ϕ de la sección según la formula siguiente:

$$M_t = -GI_t \dot{\phi} \quad \dots(7)$$

Siendo G el módulo de cortante e I_t el momento polar de inercia de la sección cuando esta no es circular. En el caso de barras de paredes delgadas se puede considerar que,

$$I_t = \frac{1}{3} \sum s \cdot \delta^3 \quad \dots(8)$$

siendo s la longitud del contorno y δ el espesor de la sección.

Sustituyendo las ecuaciones 5 y 7 en la 6, tenemos:

$$M_{total} = EI_w \ddot{\phi} - GI_t \dot{\phi} \quad \dots(9)$$

pudiendo expresarse también de la siguiente manera:

$$M_{total} = EI_w \frac{d^2 \phi}{dz^2} - GI_t \phi \quad \dots(10)$$

Introduciendo la notación: $\alpha^2 = \frac{GI_t}{EI_w}$, se obtiene la ecuación diferencial de la torsión restringida:

$$\frac{M_{total}}{EI_w} = \frac{d^2 \phi}{dz^2} - \alpha^2 \phi \quad \dots(11)$$

Esta ecuación diferencial se resuelve como sigue, mismo que es útil en nuestro tema de estudio, para un ángulo de giro de la sección:

$$\phi = \frac{M_{total}}{GI_t} [1 + \tanh(\alpha H) \sinh(\alpha Z_i) - \cosh(\alpha Z_i)] \quad \dots(12)$$

en donde:

H : altura total de la edificación,

Z_i : altura del nivel i medido de la base.

La expresión finalmente resuelta (12) es la base principal para la consideración del efecto del momento flexotorsor que se introducirá en el método PPG para dar solución a nuestro propósito.

2.5 Fuerzas laterales según la norma ecuatoriana de la construcción ^[12]

Las fuerzas horizontales o laterales no están específicamente dispuestas en qué dirección actuaran, es decir, las estructuras deben diseñarse para resistir fuerzas sísmicas provenientes de cualquier dirección. Por lo general para lograr un adecuado desempeño sísmico y altamente recomendado por la NEC11, establece que la configuración de la estructura sea simple y regular, y así evitar afectar la ductilidad global del sistema. Por lo tanto, es recomendable evitar a lo máximo la configuración de estructuras irregulares tanto planta como en elevación.

Las excesivas deformaciones han generado enormes pérdidas por daños a elementos estructurales y no estructurales. Por lo mismo se debe comprobar que las deformaciones no sean inelásticas en todas las columnas del edificio, es decir realizar un control de la deriva de piso. La deriva de piso máxima (Δ_M máxima) para estructuras de hormigón armado, estructuras metálicas y de madera es de 0.020 y para estructuras de mampostería es de 0.010.

Para el cálculo de fuerzas laterales según la NEC11 se requiere de varios coeficientes obtenidos mediante tablas que constan en el mismo. Estos

coeficientes están directamente relacionados con la configuración estructural en planta y configuración estructural en elevación, para penalizar al diseño de estructuras irregulares que causan un comportamiento deficiente ante la ocurrencia de un sismo, incrementando el valor del cortante de diseño con la finalidad de proveer de mayor resistencia a la estructura.

2.5.1 Tipo de uso, destino e importancia de la estructura

Se adoptara un coeficiente I o factor de importancia para incrementar la demanda sísmica de diseño para estructuras, para que así estas presenten un menor daño durante y después de la ocurrencia del sismo de diseño. Para factores de importancia menores o igual a 1.0 cumplirá con todos los requerimientos necesarios. Este factor de importancia se especifica en la Tabla 1:

Categoría	Tipo de uso, destino e importancia	Factor
Edificaciones esenciales y/o peligrosas	Hospitales, clínicas, centros de salud o de emergencia sanitaria. Instalaciones militares, de policía, bomberos, defensa civil. Garages o estacionamientos para vehículos y aviones que atienden emergencias. Torres de control aéreo. Estructuras de centros de telecomunicaciones u otros centros de atención de emergencias. Estructuras que albergan equipos de generación y distribución eléctrica. Tanques u otras estructuras utilizadas para depósito de agua u otras sustancias anti-incendio. Estructuras que albergan depósitos tóxicos, explosivos, químicos u otras sustancias peligrosas.	1.5
Estructuras de ocupación especial	Museos, iglesias, escuelas y centros de educación o deportivos que albergan mas de trescientas personas. Todas las estructuras que albergan más de cinco mil personas. Edificios públicos que requieren operar continuamente.	1.3
Otras estructuras	Todas las estructuras de edificación y otras que no clasifican dentro de las categorías anteriores.	1.0

Tabla 1: Tipo de uso, destino e importancia de la estructura (NEC).

2.5.2 Coeficiente de configuración estructural en planta

El coeficiente Φ_p se estimara a partir del análisis de las características de regularidad e irregularidad en las plantas en la estructura, descritas en la Tabla 2. Determinada mediante la expresión 13:

$$\Phi_p = \Phi_{PA} * \Phi_{PB} \quad \dots(13)$$

en donde:

Φ_{PA} : el mínimo valor Φ_{Pi} de cada piso i de la estructura, obtenido de la Tabla 2, para cuando se encuentran presentes las irregularidades tipo 1, 2 y/o 3 (Φ_{Pi} en cada piso se calcula como el mínimo valor expresado por la tabla para las tres irregularidades),

Φ_{PB} : se establece de manera análoga, para cuando se encuentran presentes las irregularidades tipo 4 en la estructura.

Cuando una estructura no contempla ninguno de los tipos de irregularidades descritos en la Tabla 2, en ninguno de sus pisos, Φ_p tomará el valor de 1 y se le considerara como regular en planta.

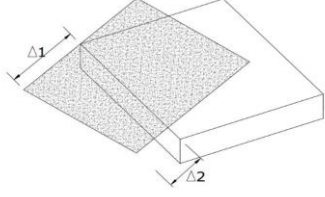
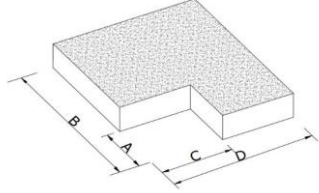
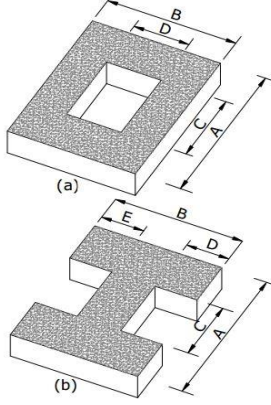
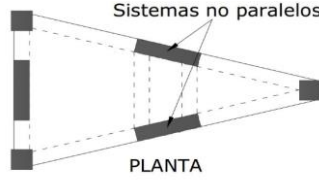
IRREGULARIDAD PENALIZADA EN PLANTA	
<p>Tipo 1 - Irregularidad torsional $\phi_{pi} = 0.9$ $\Delta > 1.2 (\Delta_1 + \Delta_2)/2$ Existe irregularidad por torsión, cuando la máxima deriva de piso de un extremo de la estructura calculada incluyendo la torsión accidental y medida perpendicularmente a un eje determinado, es mayor que 1,2 veces la deriva promedio de los extremos de la estructura con respecto al mismo eje de referencia. La torsión accidental se define en el numeral 6.4.2 del presente código.</p>	
<p>Tipo 2 - Retrocesos excesivos en las esquinas $\phi_{pi} = 0.9$ $A > 0.15B$ y $C > 0.15D$ La configuración de una estructura se considera irregular cuando presenta entrantes excesivos en sus esquinas. Un entrante en una esquina se considera excesivo cuando las proyecciones de la estructura, a ambos lados del entrante, son mayores que el 15% de la dimensión de la planta de la estructura en la dirección del entrante.</p>	
<p>Tipo 3 - Discontinuidades en el sistema de piso $\phi_{pi} = 0.9$ a) $C \times D > 0.5A \times B$ b) $[C \times D + C \times E] > 0.5A \times B$ La configuración de la estructura se considera irregular cuando el sistema de piso tiene discontinuidades apreciables o variaciones significativas en su rigidez, incluyendo las causadas por aberturas, entrantes o huecos, con áreas mayores al 50% del área total del piso o con cambios en la rigidez en el plano del sistema de piso de más del 50% entre niveles consecutivos.</p>	
<p>Tipo 4 - Ejes estructurales no paralelos $\phi_{pi} = 0.9$ La estructura se considera irregular cuando los ejes estructurales no son paralelos o simétricos con respecto a los ejes ortogonales principales de la estructura.</p>	
<p>Nota: La descripción de estas irregularidades no faculta al calculista o diseñador a considerarlas como normales, por lo tanto la presencia de estas irregularidades requiere revisiones estructurales adicionales que garanticen el buen comportamiento local y global de la edificación.</p>	

Tabla 2: Coeficiente de configuración estructural en planta (NEC).

2.5.3 Coeficiente de configuración estructural en elevación

El coeficiente Φ_E se estimara a partir del análisis de las características de regularidad e irregularidad en elevación de la estructura, descrita en la Tabla 3. Determinada mediante la expresión 14:

$$\Phi_E = \Phi_{EA} * \Phi_{EB} \quad \dots(14)$$

en donde:

Φ_{EA} : el mínimo valor Φ_{Ei} de cada piso i de la estructura, obtenido de la Tabla 3, para cuando se encuentran presentes las irregularidades tipo 1 (Φ_{Ei} en cada piso se calcula como el mínimo valor expresado por la tabla para la irregularidad tipo 1),



Φ_{EB} : se establece de manera análoga, para cuando se encuentran presentes las irregularidades tipo 2 y/o 3 en la estructura.

Cuando una estructura no contempla ninguno de los tipos de irregularidades descritos en la Tabla 3, en ninguno de sus pisos, Φ_E tomará el valor de 1 y se le considerará como regular en planta.

Adicionalmente, se debe tomar en cuenta que, cuando la deriva máxima de cualquier piso es menor de 1.3 veces la deriva del piso inmediato superior, puede considerarse que no existen irregularidades de los tipos 1, 2, ó 3.

Para el caso de estructuras tipo pórtico espacial sismo-resistente con muros estructurales (sistemas duales), Φ_E tomará el valor de 1.

Para el cálculo de estructuras se puede seguir dos procedimientos de cálculo de fuerzas laterales, la estática y la dinámica, dependiendo de la configuración en planta y en elevación. El procedimiento de cálculo estático, es aplicable para estructuras regulares. Para el caso de estructuras irregulares se utilizará el procedimiento de cálculo dinámico, como es el caso de edificios de gran altura. También pueden utilizarse procedimientos de cálculos sísmicos alternativos que tengan un adecuado fundamento basado en los principios establecidos por la dinámica de estructuras. Sin embargo el cálculo propuesto por este código exige como requisito mínimo la aplicación del método estático, con la suficiente capacidad para resistir fuerzas sísmicas provenientes de cualquier dirección horizontal.

La carga sísmica W representa la carga reactiva por sismo y es igual a la carga muerta total de la estructura más un 25% de la carga viva de piso. En el caso de estructuras de bodegas o de almacenaje, W se calcula como la carga muerta más un 50% de la carga viva de piso.

El modelo matemático de la estructura incluirá todos los elementos que conforman el sistema estructural resistente, así como su distribución espacial de masas y rigideces.

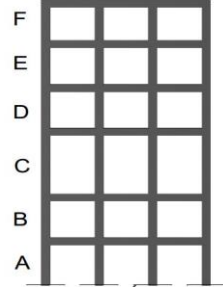
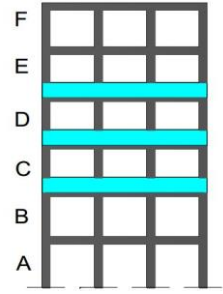
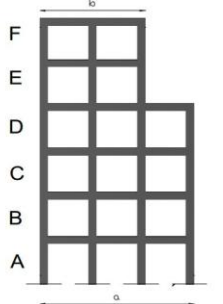
IRREGULARIDAD PENALIZADA EN ELEVACIÓN	
<p>Tipo 1 - Piso flexible $\phi_{Ei} = 0.9$</p> <p>Rigidez $K_c < 0.70$ Rigidez K_D Rigidez $< 0.80 * (K_D + K_E + K_F) / 3$</p> <p>La estructura se considera irregular cuando la rigidez lateral de un piso es menor que el 70% de la rigidez lateral del piso superior o menor que el 80% del promedio de la rigidez lateral de los tres pisos superiores.</p>	
<p>Tipo 2 - Distribución de masa $\phi_{Ei} = 0.9$</p> <p>$m_D > 1.50 m_E$ ó $m_D > 1.50 m_C$</p> <p>La estructura se considera irregular cuando la masa de cualquier piso es mayor que 1.5 veces la masa de uno de los pisos adyacentes, con excepción del piso de cubierta que sea más liviano que el piso inferior.</p>	
<p>Tipo 3 - Irregularidad geométrica $\phi_{Ei} = 0.9$</p> <p>$a > 1.3 b$</p> <p>La estructura se considera irregular cuando la dimensión en planta del sistema resistente en cualquier piso es mayor que 1.3 veces la misma dimensión en un piso adyacente, exceptuando el caso de los altillos de un solo piso.</p>	
<p>Nota: La descripción de estas irregularidades no faculta al calculista o diseñador a considerarlas como normales, por lo tanto la presencia de estas irregularidades requiere revisiones estructurales adicionales que garanticen el buen comportamiento local y global de la edificación.</p>	

Tabla 3: Coeficientes de configuración estructural en elevación (NEC).

2.5.3.1 Cortante basal de diseño

El cortante basal de diseño V , a nivel de cargas ultimas, que será aplicado a una estructura en una dirección específica, se determina mediante la expresión 15:

$$V = \frac{I S_a}{R \Phi_P \Phi_E} W \quad \dots(15)$$

en donde:

I : factor de importancia,

W : carga reactiva,

S_a : aceleración espectral correspondiente al espectro de respuestas elástico para diseño, se obtiene del NEC11, Capítulo 2,

R : factor de reducción de respuesta estructural,

Φ_P, Φ_E : factores de configuración estructural en planta y elevación.



2.5.3.2 Periodo de vibración T

Para estructuras de edificación, el valor de T se determina de manera aproximada mediante la expresión 16:

$$T = C_t h_n^\alpha \quad \dots(16)$$

en donde:

h_n : altura máxima de la edificación de n pisos, medida desde la base de la estructura, en metros.

$C_t = 0.072$ y $\alpha = 0.80$: para estructuras de acero sin arriostramientos,

$C_t = 0.073$ y $\alpha = 0.75$: para estructuras de acero con arriostramientos,

$C_t = 0.047$ y $\alpha = 0.90$: para pórticos espaciales de hormigón armado sin muros estructurales ni diagonales rigidizadoras,

$C_t = 0.049$ y $\alpha = 0.75$: para pórticos espaciales de hormigón armado con muros estructurales o diagonales rigidizadoras y para otras estructuras basadas en muros estructurales y mampostería estructural.

2.5.3.3 Factor de reducción de resistencia sísmica

El factor R se estima de acuerdo al sistema de edificación y a la vez utilizar para el cálculo de cortante basal. Debe tomarse el menor de los valores de R para los cuales el sistema resistente estructural resulte en una combinación de varios sistemas como los descritos en la Tabla 4.

Para el caso de sistemas estructurales diferentes a los especificados en la Tabla 4, se puede encontrar específicamente los requisitos a cumplir en el NEC11, Capítulo 2.

El factor R implica una fuerte reducción de las fuerzas sísmicas de diseño, lo cual es permitido siempre que las estructuras y sus conexiones se diseñen para desarrollar un mecanismo de falla previsible y con adecuada ductilidad, donde el daño se concentre en secciones especialmente detalladas para funcionar como rotulas plásticas.

Valores del coeficiente de reducción de respuesta estructural R, Sistemas Estructurales Dúctiles	
Sistemas Duales	
Pórticos espaciales sismo-resistentes, de hormigón armado con vigas descolgadas, con muros estructurales de hormigón armado o con diagonales rigidizadoras, sean de hormigón o acero laminado en caliente.	7
Pórticos de acero laminado en caliente con diagonales rigidizadoras (excéntricas o concéntricas) o con muros estructurales de hormigón armado.	7
Pórticos con columnas de hormigón armado y vigas de acero laminado en caliente con diagonales rigidizadoras (excéntricas o concéntricas).	7
Pórticos espaciales sismo-resistentes, de hormigón armado con vigas banda, con muros estructurales de hormigón armado o con diagonales rigidizadoras.	6
Pórticos resistentes a momentos	
Pórticos espaciales sismo-resistentes, de hormigón armado con vigas descolgadas.	6
Pórticos espaciales sismo-resistentes, de acero laminado en caliente o con elementos armados de placas.	6
Pórticos con columnas de hormigón armado y vigas de acero laminado en caliente.	6
Otros sistemas estructurales para edificaciones	
Sistemas de muros estructurales dúctiles de hormigón armado.	5
Pórticos espaciales sismo-resistentes de hormigón armado con vigas banda.	5

Valores del coeficiente de reducción de respuesta estructural R, Sistemas Estructurales de Ductilidad Limitada	
Pórticos resistentes a momento	
Hormigón Armado con secciones de dimensión menor a la especificada en el capítulo 4, limitados a 2 pisos.	3
Estructuras de acero conformado en frío, aluminio, madera, limitados a 2 pisos.	3
Muros estructurales portantes	
Mampostería no reforzada, limitada a un piso.	1
Mampostería reforzada, limitada a 2 pisos.	3
Mampostería confinada, limitada a 2 pisos.	3
Muros de hormigón armado, limitados a 4 pisos.	3

Tabla 4: Coeficiente de reducción de respuestas estructural R (NEC).

2.5.3.4 Distribución vertical de fuerzas laterales

En ausencia de un procedimiento más riguroso, basado en los principios de la dinámica, las fuerzas laterales totales de cálculo deben ser distribuidas en la altura de la estructura, utilizando las siguientes expresiones, 17:

$$V = \sum_{i=1}^n Fi \quad ; \quad V_x = \sum_{i=x}^n Fi \quad ; \quad F_x = \frac{w_x h_x^k}{\sum_{i=1}^n w_i h_i^k} V \quad \dots(17)$$

en donde:

V : cortante total en la base de la estructura,

V_x : cortante total en el piso x de la estructura,

Fi : fuerza lateral aplicada en el piso i de la estructura,

F_x : fuerza lateral aplicada en el piso x de la estructura,



n : número de pisos de la estructura,

W_x : peso asignado al piso x de la estructura, siendo una fracción de la carga reactiva W ,

W_i : peso asignado al piso i de la estructura, siendo una fracción de la carga reactiva W ,

h_x : altura del piso x de la estructura,

h_i : altura del piso i de la estructura,

k : coeficiente relacionado con el periodo de vibración de la estructura, que se evalúa de la siguiente manera:

- Para valores de $T \leq 0.5 \text{ s}$, $k = 1.0$
- Para valores de $0.5 \text{ s} < T \leq 2.5 \text{ s}$, $k = 0.75$
- Para valores de $T > 2.5 \text{ s}$, $k = 2.0$

2.5.3.5 Distribución horizontal del cortante

El cortante de piso V_x debe distribuirse entre los diferentes elementos del sistema resistente a cargas laterales en proporción a sus rigideces, considerando la rigidez del piso.

La masa de cada nivel debe considerarse como concentrada en el centro de masas del piso, pero desplazada una distancia igual al 5% de la máxima dimensión del edificio en ese piso, perpendicular a la dirección de aplicación de las fuerzas laterales bajo consideración, con el fin de tomar en cuenta los posibles efectos de torsión accidental, tanto para estructuras regulares como para estructuras irregulares. El efecto de este desplazamiento debe incluirse en la distribución del cortante de piso y en los momentos torsionales.

2.6 Distribución de fuerzas horizontales mediante el método PPG ^[13]

Toda base teórica de cuantiosas investigaciones en la ingeniería estructural, en diferentes temas, que abarca la modelación y simplificación de un fenómeno físico real, busca solucionar la mayor cantidad de fuerzas de un edificio y sus apoyos en un estado de equilibrio para garantizar la seguridad y vida útil de una edificación.

El avance del conocimiento en base a una investigación orientada crea nuevos modelos para la solución de distribución de fuerzas horizontales, cada uno aplicables en su campo de acción, a su vez el avance de sistemas informáticos permiten solucionar grandes modelos basados en sistemas matriciales de una manera más eficiente. Para ello se adopta el método PPG, con el fin de distribuir las fuerzas horizontales considerando el efecto del momento flexotoror en estructuras verticales de pared delgada y sección abierta.

En esta sección se expondrá todas las bases teóricas del método y procedimiento de desarrollo para llegar a solucionar el problema de la distribución de fuerzas horizontales.

2.6.1 Antecedentes del método

Diferentes trabajos de investigación sobre esta temática se han realizado por destacados especialistas, Lin (1964), Hernández (1967), posteriormente el ingeniero Sixto Ruiz introduce al análisis el efecto del momento flexotorsor (1975), continuando con la evaluación de la fuerza cortante (1979).

En 1992 el arquitecto Pedro Tejera considera que los pórticos, además de tímpanos, aportan rigidez en su propio plano, en dos direcciones en planta. Los rigidizadores no tienen que ser paralelos y se mantiene la hipótesis de pisos infinitamente rígidos en sus planos.

Para dar solución exacta a una serie de rigidizadores verticales en un edificio, que no tenían respuesta, se adecua el método de la rigidez con enfoque matricial espacial al tema de distribución de fuerzas laterales conocido como el método PPG [Pimpo, Prendes, Gregorio (1994)], sobre la base del método de los desplazamientos.

La teoría de los perfiles de paredes delgadas, para barras de sección arbitraria y para el caso más general de sollicitación, fue desarrollada por Vlasov (1940), enriqueciendo posteriormente la teoría en 1961, estimándose la rigidez a la flexotorsión a partir de la solución general y particular de la ecuación diferencial de la torsión restringida, tomando en consideración en un solo término el efecto de giro y del alabeo.

2.6.2 Hipótesis

Para llevar el fenómeno físico real a un modelo ideal equivalente y simplificado, es necesario analizar la geometría de los elementos y de la edificación en conjunto, el comportamiento de los materiales y de las cargas o acciones horizontales externas, para así asumir una serie de hipótesis simplificadoras que en este caso queda delimitado como sigue:

- Se supone que el material es elástico, homogéneo e isótropo.
- Los desplazamientos son pequeños comparados con las dimensiones de la estructura.
- Los pisos son infinitamente rígidos en su plano, e infinitamente flexibles en la dirección normal al mismo. Tiene tres grados de libertad, dos lineales ortogonales y una angular.
- Se suponen conocidas las cargas actuantes de viento y/o sismo; así como otro tipo de carga lateral.
- Las características geométricas de los rigidizadores verticales así como la sección transversal de las mismas se consideran uniformes.

- Los vanos de sección transversal rectangular entre rigidizadores verticales deberán poseer una sección horizontal inferior al 40% de la sección total y la distancia mínima entre tímpanos igual a un metro.
- Los pórticos solo tienen rigidez en la dirección principal, suponiendo que la torsión es despreciable.

2.6.3 Principio del contragradiante

El principio de contragradiante es utilizado ampliamente en el análisis matricial de estructuras. Este principio es completamente general para estructuras que cumplan con la hipótesis de que los desplazamientos son pequeños comparados con las dimensiones de la estructura. El principio se define como sigue:

Sean dos sistemas de fuerzas \underline{P} y \underline{p} que están en equilibrio. Sean \underline{Z} y \underline{z} los desplazamientos en las direcciones de estas fuerzas respectivamente. Entonces se puede encontrar una relación entre los desplazamientos de la forma (expresión 18):

$$\underline{z} = C \underline{Z} \quad \dots(18)$$

La matriz C se denomina matriz de conexión, y a la vez C^t es la matriz de conexión transpuesta, y se verifica necesariamente la relación entre las fuerzas (expresión 19):

$$\underline{P} = C^t \underline{p} \quad \dots(19)$$

Para su demostración se impone a la estructura un sistema arbitrario de desplazamientos virtuales δz , ambos sistemas de desplazamientos son compatibles. Por estar las fuerzas en equilibrio, el trabajo virtual del sistema completo de fuerzas será nula, es decir:

$$P^t \cdot \delta \underline{Z} - p^t \cdot \delta \underline{z} = 0 \quad \dots(20)$$

El signo menos indica que las fuerzas \underline{P} son contrarias a las \underline{p} por estar en equilibrio ambos sistemas. De la ecuación (20):

$$P^t \cdot \delta \underline{Z} = p^t \cdot \delta \underline{z} \quad \dots(21)$$

Sustituyendo la ecuación (18) en (21), tenemos:

$$P^t \cdot \delta \underline{Z} = p^t \cdot C \cdot \delta \underline{Z}$$

Los desplazamientos virtuales $\delta \underline{Z}$ al ser arbitrarios (por ser consecuencia del sistema de desplazamientos $\delta \underline{z}$, que también lo es), implica necesariamente:

$$P^t = p^t \cdot C$$

o transponiendo:

$$\underline{P} = C^t \underline{p}$$

que es la ecuación 19, lo que se quería demostrar.

2.6.4 Exposición general del método

Dicho anteriormente, el método PPG está sobre la base del método de los desplazamientos con enfoque matricial. La ecuación matricial del método de los desplazamientos es:

$$\underline{P} = K \underline{Z} \quad \dots(22)$$

en donde:

\underline{P} : vector de las fuerzas de ligadura,

K : matriz de rigidez,

\underline{Z} : vector de los desplazamientos de los pisos en la dirección de las ligaduras (incógnitas).

El cálculo de \underline{Z} es necesario para después calcular las fuerzas en los rigidizadores, pero también es necesario por sí mismo para evaluar si los desplazamientos son permisibles.

2.6.4.1 Cálculo de las fuerzas de ligadura P , por estática.

Las fuerzas \underline{P} se calculan fácilmente por estática, véase la Figura 7.

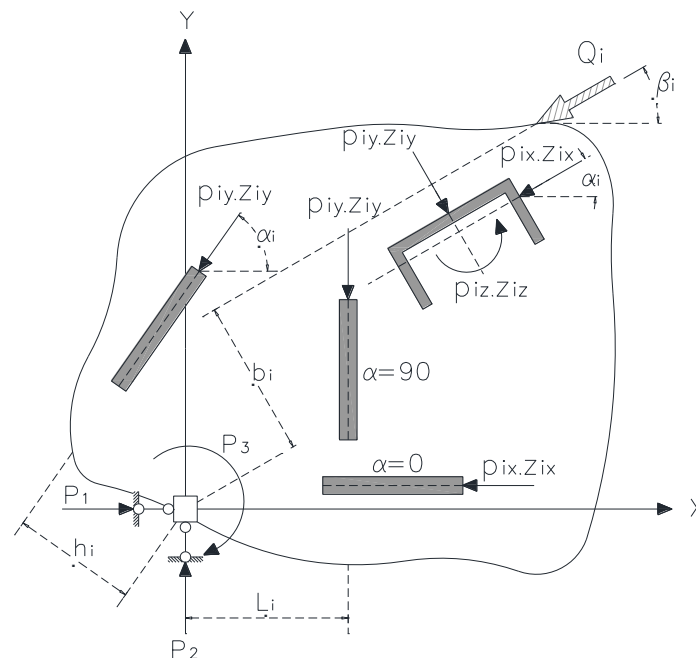


Figura 7: Planta típica para la exposición del método.

Este procedimiento es el mismo en todos los niveles de la estructura objeto de estudio.



Si Q es el vector de cargas laterales (conocidos), ya sean de sismo y/o viento, el equilibrio será:

$$\underline{P}_i = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_i \cos \beta_i \\ Q_i \sin \beta_i \\ Q_i b_i \end{bmatrix} \quad \dots(23)$$

y el vector general \underline{P} para toda la edificación será:

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \vdots \\ P_{3n} \end{bmatrix} \quad \dots(24)$$

al cual corresponde un vector desplazamiento \underline{Z} dado por:

$$\underline{Z} = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \\ \vdots \\ Z_{3n} \end{bmatrix} \quad \dots(25)$$

Puede comprenderse fácilmente que la matriz de rigidez K es cuadrada y su tamaño es $3n \times 3n$, donde n es el número de pisos que tiene la edificación. La obtención de esta matriz es fundamental en el presente problema, como también lo es siempre que se aplique el método de los desplazamientos. Para comenzar el cálculo de K , se plantea la ecuación:

$$\underline{p} = k \cdot \underline{z} \quad \dots(26)$$

en donde:

\underline{p} : vector de las acciones de los rigidizadores sobre los pisos,

\underline{z} : vector de los desplazamientos en las direcciones de \underline{p} ,

k : matriz de rigidez.

Como tanto las fuerzas \underline{p} como los desplazamientos \underline{z} están ordenados por pisos, ese mismo orden debe tomarse para la matriz k , haciendo muy difícil el cálculo directo de esta matriz. Por eso es mejor obtenerla indirectamente, calculando previamente las rigideces de los elementos verticales.

Aplicando el principio de contragradiente (donde establece por estática una relación matricial entre los sistemas de fuerzas \underline{P} y \underline{p}), tenemos la ecuación 19:

$$\underline{P} = C^t \underline{p}$$

En efecto (Figura 7), haciendo abstracción de las cargas Q (ya que se está calculando una rigidez y la misma es independiente de las cargas externas), inmediatamente se tiene:

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 & 0 \\ \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & 0 \\ h_1 & L_1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{1x} \\ p_{2y} \\ p_{3z} \end{bmatrix}$$

De forma general para el sistema de estructuras resistentes verticales en su conjunto (m) perteneciente al nivel i de la edificación se tiene:

$$P_i = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 & 0 & \cos \alpha_2 & \sin \alpha_2 & 0 & \cdots & \cos \alpha_m & \sin \alpha_m & 0 \\ \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & 0 & \sin \alpha_2 & \cos \alpha_2 & 0 & \cdots & \sin \alpha_m & \cos \alpha_m & 0 \\ h_1 & L_1 & 1 & h_2 & L_2 & 1 & \cdots & h_m & L_m & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_m \end{bmatrix}$$

de donde la matriz de conexión transpuesta es:

$$C_i^t = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 & 0 & \cos \alpha_2 & \sin \alpha_2 & 0 & \cdots & \cos \alpha_m & \sin \alpha_m & 0 \\ \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & 0 & \sin \alpha_2 & \cos \alpha_2 & 0 & \cdots & \sin \alpha_m & \cos \alpha_m & 0 \\ h_1 & L_1 & 1 & h_2 & L_2 & 1 & \cdots & h_m & L_m & 1 \end{bmatrix} \dots (27)$$

Otras expresiones análogas a la expresión 27 pueden escribirse para los demás pisos. Como todas estas expresiones son independientes entre sí, es decir, como el equilibrio se plantea por pisos individuales, la matriz transpuesta de toda la estructura se escribe de la siguiente manera:

$$C^t = \begin{bmatrix} C_1^t & & & & \\ & C_2^t & & & \\ & & C_3^t & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & C_n^t \end{bmatrix} \dots (28)$$

donde:

C_1^t , C_2^t , ... , C_n^t : matriz conexiones transpuestas del nivel 1, 2, ..., n respectivamente,

n : número de niveles de la edificación,

m : número de rigidizadores verticales.

2.6.4.2 Cálculo de la matriz rigidez de la edificación aplicando el método indirecto.

Por el principio del contragradiante se deduce que:

$$K = C^t \cdot k \cdot C \dots (29)$$

Ahora para calcular K por la expresión 29 solo falta obtener k por el método indirecto al que antes se hizo referencia. Para ello, se parte de la expresión 30 la cual se puede aplicar considerando la hipótesis de respuesta elástica de los

materiales que conforman la edificación. Esta hipótesis es válida si se tiene en cuenta la naturaleza de las cargas (cargas de corta duración) las cuales producen acciones de carácter instantáneo sobre la estructura.

$$\underline{q} = r \cdot \underline{y} \quad \dots(30)$$

en donde:

\underline{q} : son las mismas fuerzas \underline{p} , pero ordenadas por elementos verticales y no por pisos,

r : matriz rigidez ordenada por elementos verticales,

\underline{y} : son los mismos desplazamientos \underline{z} , pero ordenados igual que las fuerzas \underline{q} .

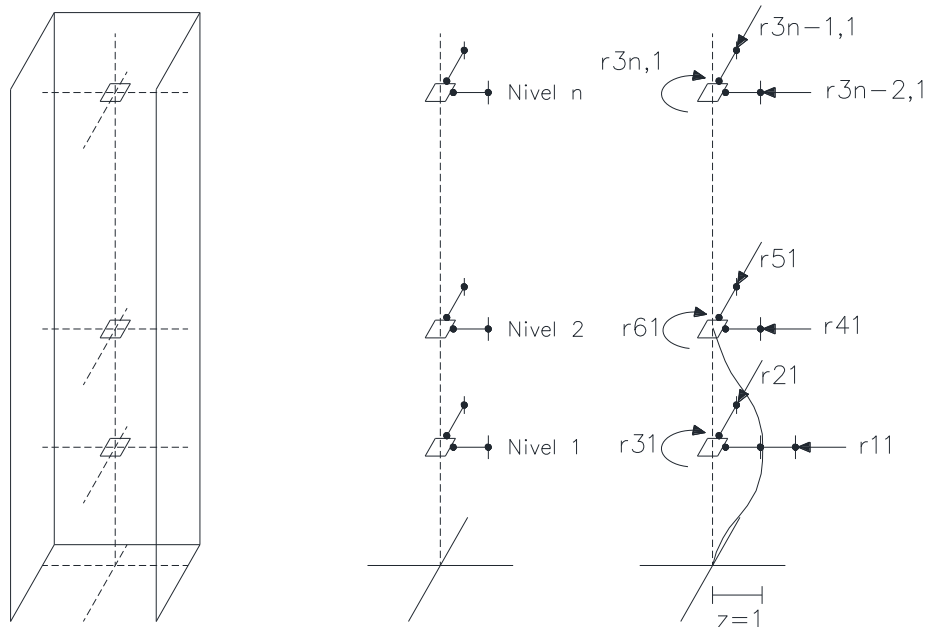


Figura 8: Cálculo de la matriz de rigidez de forma indirecta en una estructura resistente vertical.

La matriz r se calcula por submatrices de dimensión $3n \times 3n$, aplicando la computación. En la Figura 8 se muestra como se obtiene la submatriz r_1 ; las demás se obtienen de la misma forma y como los cálculos se realizan independientemente para cada rigidizador vertical, la matriz r para toda la estructura, se escribe simplemente:

$$r = \begin{bmatrix} r_1 & & & & \\ & r_2 & & & \\ & & r_3 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & r_m \end{bmatrix} \quad \dots(31)$$

en donde:

$r_1, r_2, r_3, \dots, r_m$: submatriz de rigidez del rigidizador vertical 1, 2, 3, ..., m respectivamente.

2.6.4.3 Cálculos de los términos $r_{i,j}$ que toman en cuenta el efecto de rigidez a flexotorsión.

La expresión 31 contiene términos $r_{i,j}$ que toman en cuenta los aportes a flexión, cortante, torsión y bimomento o efecto flexotorsor. En esta matriz los términos $r_{3i,3j}$ están compuestos por dos sumandos:

$$r_{3i,3j} = r_{3i,3j}^t + r_{3i,3j}^{ft} \quad \dots(32)$$

donde los sumandos no son más que las rigideces a torsión (t) y flexotorsión (ft) respectivamente. En el caso del resto de $r_{i,j}$ corresponden a los términos que toman en cuenta los efectos de rigidez a la flexión y cortante respectivamente, en función del tipo de rigidizador con que se esté trabajando.

Si se parte de la teoría de Vlasov (sección 2.4.1) se puede precisar la expresión 33 y 34 que caracteriza la rigidez a flexotorsión y torsión de una estructura vertical resistente de sección transversal de paredes delgadas. Conociendo las bases de esta teoría se tiene los elementos esenciales para la obtención de los términos $r_{3i,3j}$, según la expresión 32.

$$r_{3i,3j} = \frac{G I_t}{1 + \tanh(\alpha H) \cdot \sinh(\alpha Z_i) - \cosh(\alpha Z_i)} \quad \dots(33)$$

$$\alpha^2 = \frac{G I_t}{E I_w} \quad \dots(34)$$

La matriz r_i que caracteriza el aporte a torsión y flexotorsión en estructuras resistentes verticales de paredes delgadas y sección abierta debe completarse con los correspondientes términos que definen la rigidez a flexión y cortante respectivamente (Figura 8), hasta constituir la matriz de este tipo de estructura.

2.6.4.4 Ensamblaje de la matriz de rigidez general del sistema.

Una vez obtenidas las submatrices r_i se pasa a ensamblar la matriz r de acuerdo a la expresión 31 que no es más que la matriz rigidez total de todo el edificio.

A partir de la matriz r se calcula la matriz rigidez de la edificación (K). Ahora solo falta calcular k en función de r , para ello se aprovecha que los valores \underline{y} y \underline{z} están compuestos por los desplazamientos, solo que ordenados de forma distinta,



como se explicó anteriormente. Entonces se comprende que puede escribirse la ecuación matricial:

$$\underline{y} = A \cdot \underline{z} \quad \dots(35)$$

en donde:

A : Matriz de incidencia, compuesta por unos y ceros.

Para calcular la matriz A basta hacer:

$$A_{i,j} = 1 \text{ si } y_i = z_j$$

$$A_{i,j} = 0 \text{ en caso contrario.}$$

De la expresión 35 se deduce inmediatamente por el principio del contragradiente:

$$\underline{p} = A^t \cdot \underline{q} \quad \dots(36)$$

Combinando las expresiones 31, 35 y 36 se obtiene:

$$\underline{p} = A^t \cdot r \cdot A \cdot \underline{z} \quad \dots(37)$$

y comparando 26 y 37 se observa que:

$$k = A^t \cdot r \cdot A \quad \dots(38)$$

De esta forma queda calculada k en función de r , basta ahora sustituir la expresión 38 en 29 para obtener la matriz K deseada:

$$K = C^t \cdot A^t \cdot r \cdot A \cdot C \quad \dots(39)$$

Conocida la matriz rigidez general K (expresión 39) y el vector de fuerzas externas \underline{P} calculada según la expresión 23 y 24 solo queda resolver el sistema de ecuaciones que caracteriza el método de los desplazamientos, definida en la expresión 22. Con esta solución del sistema de ecuaciones se obtienen el vector desplazamiento \underline{Z} y con esto a su vez se obtiene los z de cada estructura resistente vertical:

$$\underline{z} = C \cdot \underline{Z} \quad \dots(40)$$

En función de los desplazamientos \underline{z} (expresión 40) se puede determinar las fuerzas que toma cada estructura resistente vertical, empleado en la expresión 26. Finalmente determinadas las \underline{p} a modo de comprobación de los cálculos se puede verificar el equilibrio del sistema según la expresión 42 seguida de la expresión 41:

$$\underline{T} = C^t \cdot \underline{p} \quad \dots(41)$$

$$\underline{P} - \underline{T} = 0 \quad \dots(42)$$

2.6.5 Convenio de signos

- Se introduce un sistema de ejes ortogonales O, X, Y haciendo coincidir el origen con el punto de intersección de las ligaduras lineales en la planta (Figura 7).
- Las cargas Q_i se consideran positivos si están en sentido contrario a la dirección positiva de los ejes X y Y .
- Para un rigidizar genérico i se obtiene la posición del centro de gravedad, de los ejes principales, y de su sección transversal. En el caso de estructuras resistentes verticales de paredes delgadas y de sección abierta la posición de la misma se obtiene con respecto al centro de cortante.
- Se obtiene el ángulo α medido en sentido antihorario entre el sistema de ejes OXY y uno de los ejes principales de la sección de modo que se verifique que: $0 \leq \alpha_i \leq 90$.
- El ángulo β se mide en sentido antihorario entre el eje OX y la dirección de la carga, debe cumplirse: $0 \leq \beta_i \leq 180$.
- El signo del producto $Q_i b_i$ se considera positivo si el momento de Q_i con respecto a O gira en el mismo sentido de P_{3n} . Este mismo convenio me ayuda definir los signos que tomaran h y L .
- En el caso de las fuerzas p_i el convenio es igual que el de las Q_i .

3 ANÁLISIS Y RESULTADOS

3.1 Exposición general del ejemplo numérico

A modo de ejemplificar las potencialidades del método PPG en la distribución de fuerzas horizontales y el efecto del momento flexotorsor, se realiza un ejemplo numérico, considerando únicamente los aspectos más generales. En este caso partimos de un ejemplo completamente arbitrario, de una edificación para uso unifamiliar y/o bifamiliar que presenta estructuras resistentes verticales de secciones de paredes delgadas y abiertas, además de una sección canal (C), las mismas que tienen un espesor de 0.25 m.

La edificación está conformada por 6 niveles de hormigón armado, cada entrepiso tiene una altura de 3 m., siendo así 18 m. la altura total de la edificación (Figura 10). La disposición de los 4 rigidizadores presentes en cada nivel esta como se muestra en la Figura 9. El edificio es de forma rectangular, no presenta ninguna irregularidad en planta, ni en elevación. Se asume que la edificación se establecerá en la ciudad de Cuenca, en un suelo tipo B.

Las propiedades a utilizar son: módulo de elasticidad del hormigón de 206010000 N/m² y módulo de cortante de 79234615 N/m².

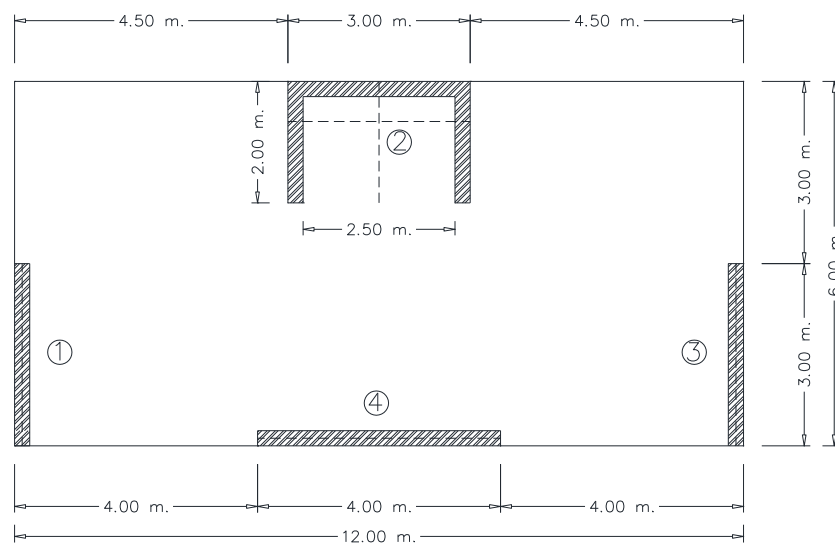


Figura 9: Disposición de estructuras resistentes verticales en planta.

En la Figura 9 se tiene la disposición de los 4 elementos rigidizadores verticales, dimensionados y enumerados cada uno de ellos. La enumeración y orden como se disponga estos elementos es fundamental para la formación y cálculo de la matriz de rigidez, matriz de incidencia y matriz de conexión.

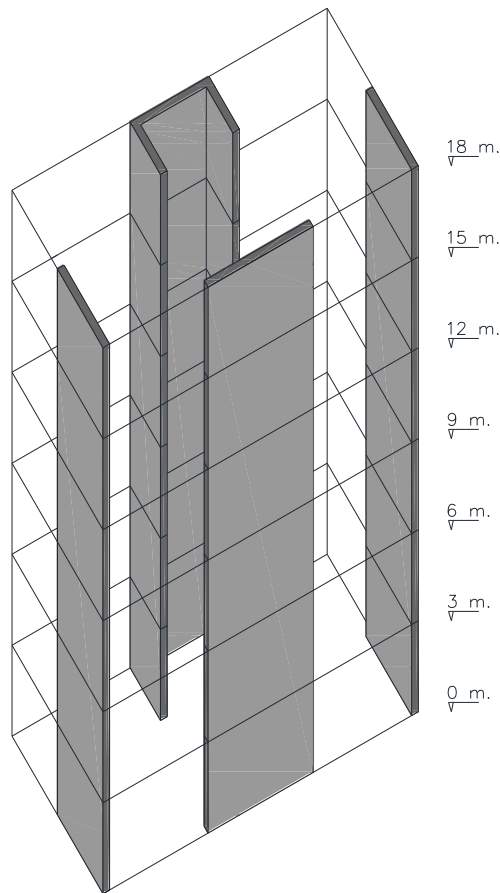


Figura 10: Vista del edificio de 6 niveles en perspectiva.

3.2 Cálculo de carga muerta y carga viva

Para el cálculo de las cargas actuantes se separa en dos partes los niveles o entrepisos, es decir, de los 6 pisos que son del edificio, se considera al último como cubierta, el mismo que posee menor carga que los entrepisos. Las densidades varían de acuerdo a la estructura que se está calculando como se muestra en Anexo 1. Dicho esto se calcula las cargas de las losas con su acabado, de los rigidizadores verticales, paredes e instalaciones, además se incluye la carga viva actuante en esta edificación (Tabla 5).

CARGA MUERTA EN CADA ENTREPISO		
Losa	450	Kn
Piso	33,12	Kn
Relleno de piso	25,92	Kn
Rigidizadores	283,59	Kn
Paredes no estructurales	72	Kn
Instalaciones	43,2	Kn
TOTAL	907,83	Kn
CARGA MUERTA EN CUBIERTA		
Losa	450	Kn
Piso	33,12	Kn
Relleno de piso	25,92	Kn
Rigidizadores	141,80	Kn
TOTAL	650,84	Kn
CARGA VIVA SOBRE EL EDIFICIO		
Cubierta	216	kn
Entrepiso	144	kn
TOTAL	936	Kn

Tabla 5: Carga muerta y carga viva actuantes en el edificio.

3.3 Cálculo del cortante basal según la NEC

En esta sección se calcula el cortante basal de acuerdo a la norma, mencionada en la sección 2.5.3.1. Dicho anteriormente, la carga W es el resultado del total de la carga muerta más un 25% de la carga viva. Los factores a considerar se obtienen de la Tabla 1, Tabla 2 y Tabla 3, obteniendo así los resultados representados en la Tabla 6. La aceleración espectral se calcula de acuerdo a la ubicación, tipo de suelo y uso de la edificación, según la NEC11 (sección 2.5.4 y 2.5.5). Finalmente se distribuye el cortante basal en la edificación, consideradas estas fuerzas horizontales como fuerzas externas, que en este caso específico considera solo la acción del sismo (Tabla 7).

$W = CM + 0,25 * CV$ (Kn)	5424,01
Perfil de suelo (roca de rigidez media)	B
Factor de importancia (I)	1
Aceleración espectral (S_a) Cuenca	0,14
Factor de Reducción R	6
F. configuración en planta	1
F. configuración en elevación	1
Cortante Basal (Kn)	123,33

Tabla 6: Calculo del Cortante Basal (V).

Nivel	hi (m)	Wi (Kn)	Wi*hi	Fx (Kn)	Fi asumido
1	3	907,83	496,16	6,27	6
2	6	907,83	992,33	12,54	13
3	9	907,83	1488,49	18,81	19
4	12	907,83	1984,66	25,07	25
5	15	907,83	2480,82	31,34	31
6C	18	650,84	2319,41	29,30	29
Sumatoria			9761,88	123,33	

Tabla 7: Distribución del Cortante Basal.

La NEC11 establece que el punto de aplicación de la carga distribuida del cortante basal se aplique en el centro de masa del piso, pero desplazado una distancia igual al 5% de la máxima dimensión del edificio, perpendicular a la dirección de aplicación de las fuerzas horizontales consideradas.

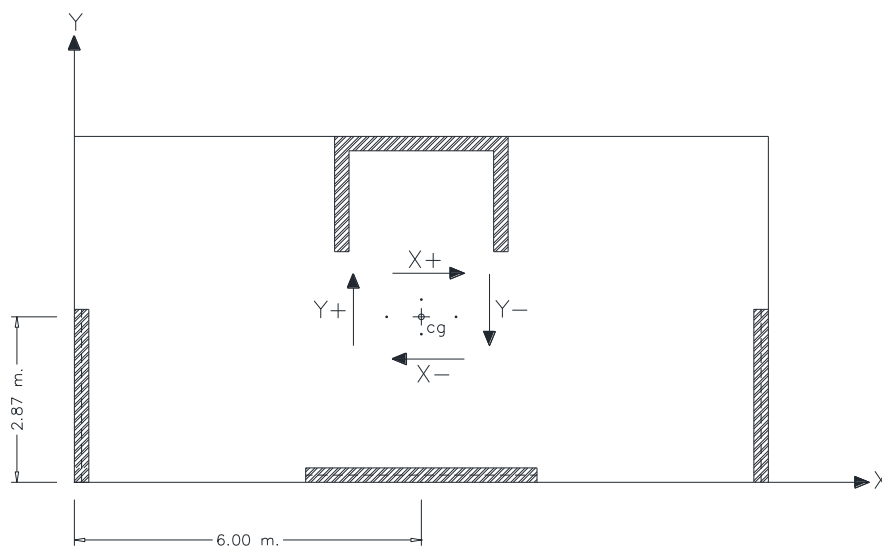


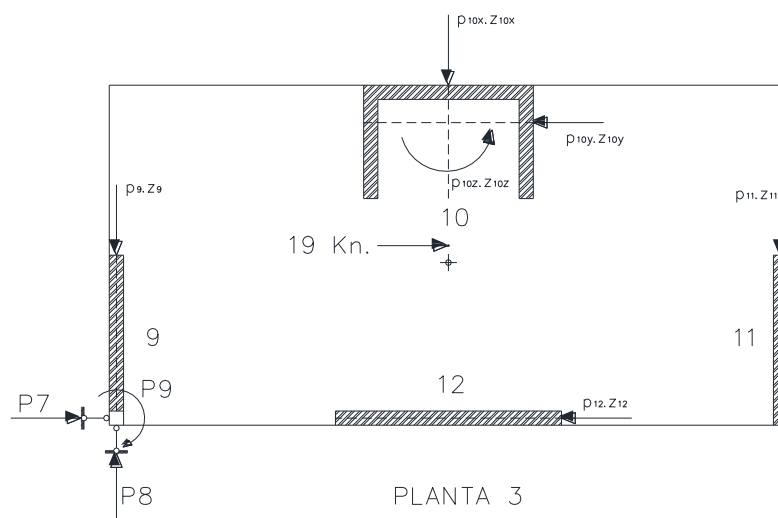
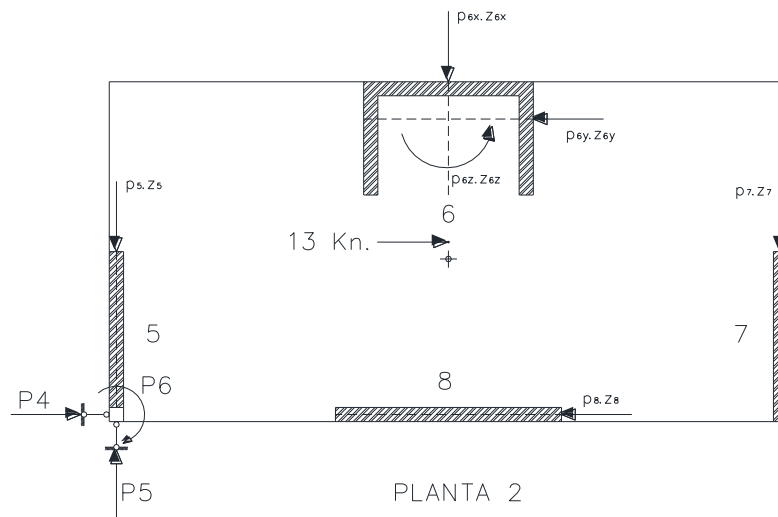
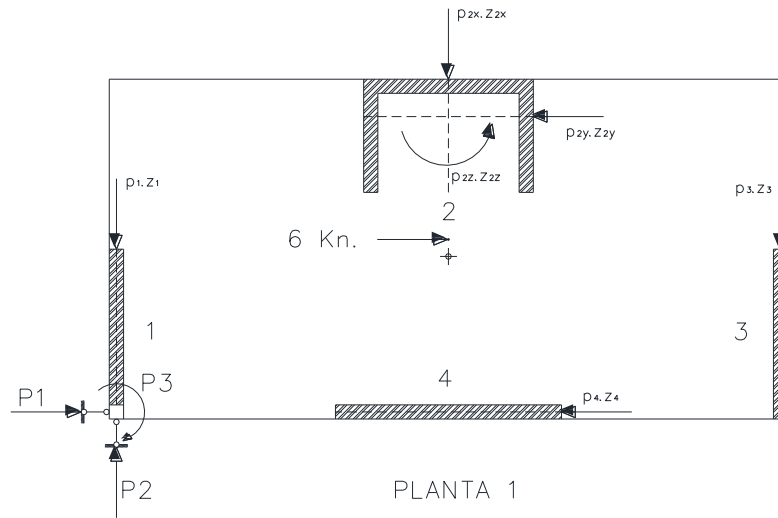
Figura 11: Distribución de los puntos de aplicación de las cargas laterales en planta.

El centro de maso se encuentra a 2.41 m. en el eje y, y a 6.00 m. en el eje x, como muestra la Figura 11. Los puntos adyacentes al centro de masa se determinan según se ha mencionada anteriormente, en los mismos se aplica la carga lateral a considerar, sea esta en sentido X+, X-, Y+, Y-.

3.4 Análisis utilizando el método de distribución de fuerzas horizontales

En la Figura 12, se distribuye el cortante basal aplicado en el sentido X+, y a su vez se enumera los rigidizadores verticales ordenados por piso o nivel. Este procedimiento se mantiene igual para realizar los posteriores cálculos en el sentido X-, Y+, Y- y así obtener las matrices necesarias para la determinación de la matriz de rigidez K , y además la matriz P , obtenida mediante estática.

Utilizando la expresión 22 de la sección 2.6.4 se determinara los desplazamientos Z pertenecientes a cada rigidizador.



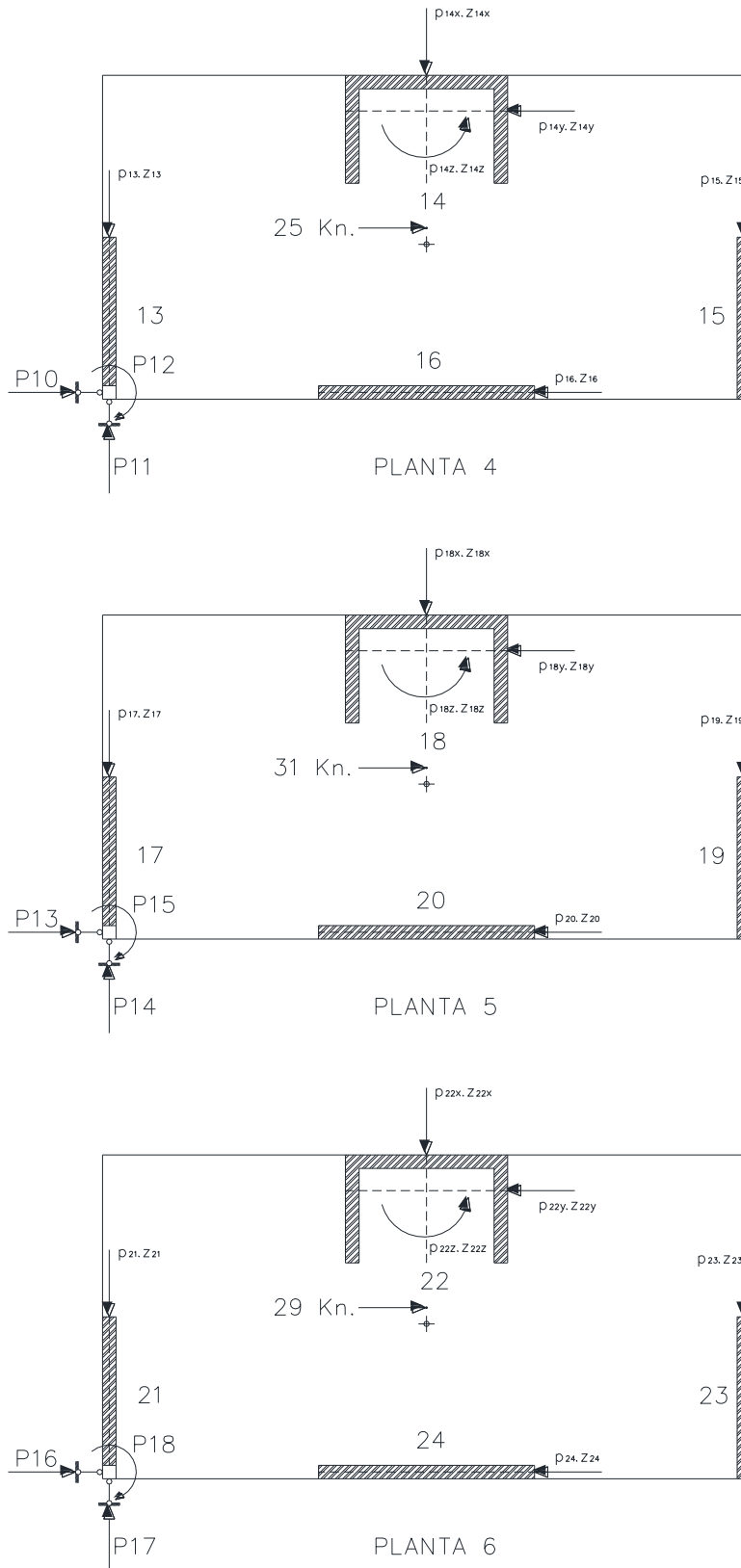


Figura 12: Distribución del cortante basal en sentido +X de cada nivel.

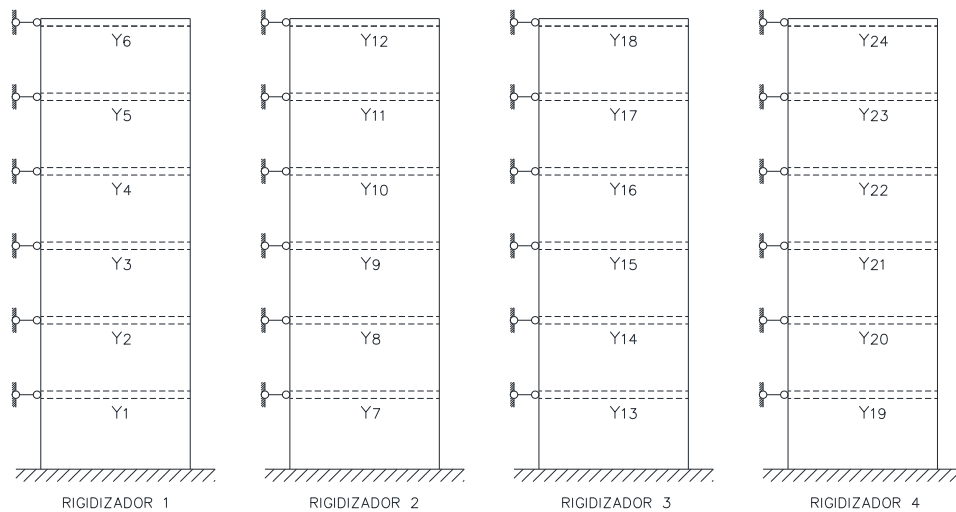


Figura 13: Representación gráfica y enumeración de orden de los rigidizadores verticales.

En la Figura 13, se muestra una enumeración de orden por rigidizadores verticales (Y), y en la Figura 12 se muestra una enumeración de rigidizadores pero ordenados por pisos o niveles (Z). Esta comparación nos es útil para la obtención de la matriz de incidencia (Anexo 2), la misma que está compuesta por ceros y unos como explica en la sección 2.6.4.4. Resultado de esta comparación, en la Tabla 8 se muestran los elementos de la matriz que toman el valor de uno, recordando que el resto de elementos de la matriz son ceros.

Y	Z	IGUALDAD	VALOR
Y1	Z1	=	1
Y2	Z5	=	1
Y3	Z9	=	1
Y4	Z13	=	1
Y5	Z17	=	1
Y6	Z21	=	1
Y7	Z2	=	1
Y8	Z6	=	1
Y9	Z10	=	1
Y10	Z14	=	1
Y11	Z18	=	1
Y12	Z22	=	1
Y13	Z3	=	1
Y14	Z7	=	1
Y15	Z11	=	1
Y16	Z15	=	1
Y17	Z19	=	1
Y18	Z23	=	1
Y19	Z4	=	1
Y20	Z8	=	1
Y21	Z12	=	1
Y22	Z16	=	1
Y23	Z20	=	1
Y24	Z24	=	1

Tabla 8: Elementos de la matriz de incidencia (A) que tomaran el valor de 1.

Para la obtención de los elementos de la matriz r se crea una modelación mediante un programa estructural, en este caso Sap2000, el mismo que permite obtener fuerzas resultantes al ejercer un desplazamiento unitario en una de las ligaduras (Figura 14). Para la modelación en Sap2000 es necesario configurar las propiedades del material, la sección del rigidizador y el apoyo virtual en las ligaduras. Se asigna a un apoyo virtual un desplazamiento unitario tanto en el eje x como en el eje y , y además un giro unitario en el eje z . Resultado de estos desplazamientos se obtiene las fuerzas y momentos resultantes que conforman la matriz ri , mencionada en la sección 2.6.4.2. El tamaño de la matriz ri , es de $3n \times 3n$, donde n es el número de pisos del edificio, siendo así la dimensión de 18×18 de la matriz ri de cada uno de los rigidizadores.

Además a cada matriz ri , se suma el efecto del momento flexotorsor, el mismo que es nuestro estudio principal, por lo que su cálculo sigue de acuerdo a lo descrito en la sección 2.6.4.3, previamente calculado los momentos de inercia a torsión y sectorial, junto con las propiedades del material de cada uno de los rigidizadores. Finalmente, este momento se suma a los elementos correspondientes de la matriz ri , para luego ensamblar la matriz r , que en su diagonal contienen las matrices ri de cada rigidizador vertical (Anexo 3, Anexo 4, Anexo 5).

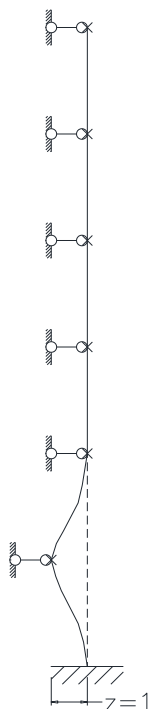


Figura 14: Comportamiento de un rigidizador ante un desplazamiento unitario.

La matriz P , se obtiene mediante estática, según lo establecido en la sección 2.6.4.1. Para su cálculo también es muy importante conocer el punto de aplicación de la carga lateral, obtenido de la distribución del cortante basal en cada nivel o piso, según explica la sección 3.3. Por lo tanto, para cada punto de

aplicación de la carga lateral, existe una matriz P . En la Tabla 9, muestra los valores correspondientes a las 4 matrices P , según el sentido que toma la carga lateral.

SENTIDO	X+	X-	Y+	Y-
P1	-6,0	6,0	0,0	0,0
P2	0,0	0,0	-6,0	6,0
P3	19,0	-15,4	-32,4	39,6
P4	-13,0	13,0	0,0	0,0
P5	0,0	0,0	-13,0	13,0
P6	41,2	-33,4	-70,2	85,8
P7	-19,0	19,0	0,0	0,0
P8	0,0	0,0	-19,0	19,0
P9	60,2	-48,8	-102,6	125,4
P10	-25,0	25,0	0,0	0,0
P11	0,0	0,0	-25,0	25,0
P12	79,2	-64,2	-135,0	165,0
P13	-31,0	31,0	0,0	0,0
P14	0,0	0,0	-31,0	31,0
P15	98,3	-79,7	-167,4	204,6
P16	-29,0	29,0	0,0	0,0
P17	0,0	0,0	-29,0	29,0
P18	91,9	-74,5	-156,6	191,4

Tabla 9: Valores que conforman la matriz P , según el sentido de aplicación de la carga lateral.

Rigidizador	α (grad)	Cos (α)	Sen (α)	h (m)	L (m)
1	90	0	1	0,00	0,13
2	0	1	0	-5,34	6,00
3	90	0	1	0,00	11,88
4	0	1	0	-0,13	0,00

Tabla 10: Parámetros de los rigidizadores de acuerdo a su línea de acción.

La Tabla 10 contiene los parámetros de los rigidizadores, útiles para el ensamblaje de la matriz de conexión, utilizando la expresión 28 de la sección 2.6.4.1. Los signos de h y L se obtienen según el convenio de signos mencionado en la sección 2.6.5.

Finalmente, con todos los datos obtenidos, se continúa con el cálculo para la obtención de la matriz de rigidez K , y posteriormente los desplazamientos Z . Se presentan dos resultados independientes, el primero considerando la flexotorsión, y el segundo sin considerar la flexotorsión. Esto me permite realizar una comparación y discusión de los resultados obtenidos, e identificar las ventajas de considerar el efecto del momento flexotorsor, concretamente llegar a una conclusión.

En la Figura 15 se muestran las matrices de rigidez, en ejes generales: la una se obtiene despreciando el efecto del momento flexotorsor (FT), y en la otra se considera el mismo.



-8169167	-2649946	-239730903	46852405	12709046	121867081	-4564	-2368241	-12143702	-167	-773246	-3969826	0	0	0	0	0	0	0	0
-2649946	-22412310	-3966603	-600735	12599446	2613569	0	0	-144196647	892	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-239730903	-3966603	-5550744967	135421111	3810984	3002062907	24369	-21656132	-144196647	892	-6879084	-47141328	0	0	0	0	0	0	0	0
46852405	-600735	135421111	-76148971	-2633451	-241862971	-133479	35194690	109025202	-4886	-5718322	-11206490	0	0	0	0	0	0	0	0
12709046	12599446	3810984	-2633451	-19814559	-3165231	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
121867081	2613569	3002062907	-241862971	-3165231	-5193411822	712780	126438730	1294069489	26092	-537909	-133066555	0	0	0	0	0	0	0	0
-4564	0	24369	-133479	0	712780	-40187381	-4047604	94601097	20960463	17382154	-51152881	0	-2737956	-725995	0	-224301	119688	8846	0
-5910442	0	-2740777	35194690	0	126438730	-4047604	-56823121	-191505115	-106725	35261531	109497701	0	-8943	-53658	0	1474	1474	1474	0
-12143702	0	-144196647	109025202	0	1294069489	94601097	-191505115	-1788324510	-63179634	134622387	1131952301	0	12521189	-8621188	0	1539635	1421299	1421299	0
-167	0	892	-4886	0	26092	20960463	-106725	-63179634	-23696134	-4319945	96916937	0	13197967	1675203	0	-3161957	-455004	-455004	0
-773246	0	-6879084	-5718322	0	-537909	17382154	35261531	134622387	-4319945	-56510002	-192228381	0	31960	191763	0	-5269	-31614	-31614	0
-3969826	0	-47141328	-11206490	0	-133066555	-51152881	109497701	1131952301	96916937	-192228381	-177434279	0	-65877831	19502017	0	15560039	-5403171	-5403171	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-28381171	-2817491	-334511718	12107635	19796710	141549837	141549837	0
0	0	0	0	0	0	0	-2737956	-8943	12521189	31960	-65877831	-2817491	-47519399	-38238100	-1361300	25822983	10035885	10035885	0
0	0	0	0	0	0	0	-725995	-53658	-8621188	1675203	19502017	-334511718	-38238100	-4044891253	141865746	234619067	1707238735	1707238735	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12107635	-1361300	141865746	-4322306	-79008599	-79008599	-79008599	0
0	0	0	0	0	0	0	-224301	1474	1539635	-3161957	15560039	19796710	25822983	234619067	-4322306	-3379238	-54538561	-54538561	0
0	0	0	0	0	0	0	119688	8846	1421299	-455004	-5403171	141549837	10035885	1707238735	-79008599	-54538561	-54538561	-54538561	0

K (Sin FT)=

-80305060	-2649946	-239904229	46852405	12709046	121867081	-4564	-2368241	-12143702	-167	-773246	-3969826	0	0	0	0	0	0	0	0
-2649946	-21025704	-3966603	-600735	12599446	2613569	0	0	-144196647	892	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-239904229	-3966603	-5538157781	135421111	3810984	3002062907	24369	-21656132	-144196647	892	-6879084	-47141328	0	0	0	0	0	0	0	0
46852405	-600735	135421111	-74762365	-2633451	-242036297	-133479	35194690	109025202	-4886	-5718322	-11206490	0	0	0	0	0	0	0	0
12709046	12599446	3810984	-2633451	-18427953	-3165231	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
121867081	2613569	3002062907	-242036297	-3165231	-5185437121	712780	126438730	1294069489	26092	-537909	-133066555	0	0	0	0	0	0	0	0
-4564	0	24369	-133479	0	712780	-35987190	-4047604	94076073	20960463	17382154	-51152881	0	-2737956	-725995	0	-224301	119688	8846	0
-5910442	0	-2740777	35194690	0	126438730	-4047604	-55421666	-191505115	-106725	35261531	109497701	0	-8943	-53658	0	1474	1474	1474	0
-12143702	0	-144196647	109025202	0	1294069489	94076073	-191505115	-1781746259	-63179634	134622387	1131952301	0	12521189	-8621188	0	1539635	1421299	1421299	0
-167	0	892	-4886	0	26092	20960463	-106725	-63179634	-19581612	-4319945	96402622	0	13197967	1675203	0	-3161957	-455004	-455004	0
-773246	0	-6879084	-5718322	0	-537909	17382154	35261531	134622387	-4319945	-55123240	-192228381	0	31960	191763	0	-5269	-31614	-31614	0
-3969826	0	-47141328	-11206490	0	-133066555	-51152881	109497701	1131952301	96402622	-192228381	-1774692343	0	-65877831	19502017	0	15560039	-5403171	-5403171	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-26512564	-2817491	-334745294	12107635	19796710	141549837	141549837	0
0	0	0	0	0	0	0	-2737956	-8943	12521189	31960	-65877831	-2817491	-45670589	-38238100	-1361300	25822983	10035885	10035885	0
0	0	0	0	0	0	0	-725995	-53658	-8621188	1675203	19502017	-334745294	-38238100	-404126643	141865746	234619067	1707238735	1707238735	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12107635	-1361300	141865746	-4375511	-79239725	-79239725	-79239725	0
0	0	0	0	0	0	0	-224301	1474	1539635	-3161957	15560039	19796710	25822983	234619067	-4322306	-31890431	-54538561	-54538561	0
0	0	0	0	0	0	0	119688	8846	1421299	-455004	-5403171	141549837	10035885	1707238735	-79239725	-54538561	-54538561	-54538561	0

K (Con FT)=

Figura 15: Matriz de rigidez sin flexotorsión y con flexotorsión.

Observación:

Los signos de las fuerzas y desplazamiento se interpretan de acuerdo al convenio de signos asumido, y las unidades vienen dadas en el SIU (Sistema Internacional de Unidades), es decir, las fuerzas se expresan en Kn, los momentos de fuerza en Kn.m, los desplazamientos lineales en m. y los desplazamientos angulares en radianes. Los desplazamientos lineales tienen signo negativo cuando ocurren en la dirección positiva de los ejes de referencia en correspondencia al convenio asumido para la fuerza actuante, pues la misma se considera negativa si está en la dirección positiva de dichos ejes, en el caso de los desplazamientos angulares el signo positivo significa que el giro es antihorario.

3.5 Evaluación de resultados

3.5.1 Resultados sin considerar la Flexotorsión

RESULTADOS DE Z SEGÚN LA DIRECCIÓN DE P x 1,0E-5 m					
Z	X+	X-	Y+	Y-	NIVEL
Zx1	0,027	-0,020	0,015	-0,001	Nivel 1
Zy1	0,004	-0,003	0,102	-0,099	
Zz1	0,004	-0,005	0,015	-0,017	
Zx2	0,038	-0,028	0,018	0,001	Nivel 2
Zy2	0,014	-0,010	0,135	-0,127	
Zz2	0,011	-0,013	0,031	-0,036	
Zx3	1,459	-1,498	1,160	-1,238	Nivel 3
Zy3	0,051	-0,026	-0,013	0,062	
Zz3	0,030	-0,038	0,090	-0,106	
Zx4	2,854	-2,940	2,334	-2,505	Nivel 4
Zy4	0,536	-0,525	0,427	-0,406	
Zz4	-0,061	0,054	0,000	-0,012	
Zx5	13,236	-13,692	14,351	-15,264	Nivel 5
Zy5	5,839	-6,015	5,688	-6,040	
Zz5	0,102	-0,121	0,330	-0,369	
Zx6	-2,234	1,523	13,266	-14,687	Nivel 6
Zy6	10,059	-10,461	11,593	-12,398	
Zz6	1,773	-1,796	1,014	-1,062	

Tabla 11: Desplazamientos del edificio según la dirección de aplicación de las fuerzas externas, sin flexotorsión.

Para una mejor interpretación de resultados, se presenta la Figura 16 a partir de los datos que se muestran en la Tabla 11. La simbología X+, X-, Y+, Y- representan la dirección de aplicación de las fuerzas horizontales externas (Figura 11).

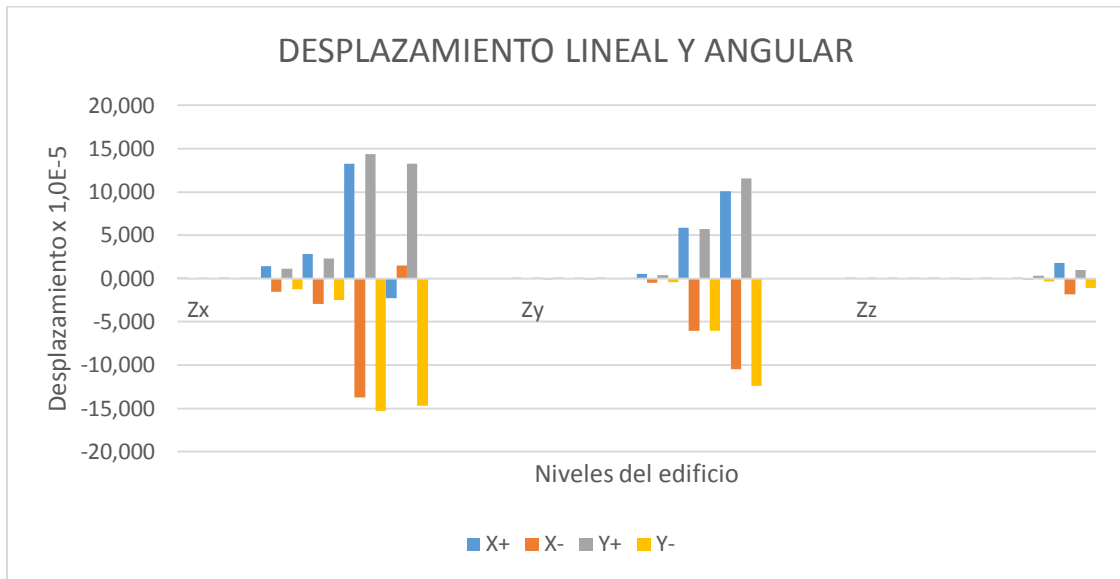


Figura 16: Desplazamiento lineal y angular (Z_x , Z_y , Z_z), según la dirección de aplicación de las fuerzas externas (sin flexotorsión).

Los desplazamientos lineales por niveles Z_x , referidos al eje x, predominan sobre los desplazamientos lineales en Z_y y angulares en Z_z (ángulos de torsión). Se puede observar que, en el eje x, se obtiene desplazamientos mayores en el quinto piso, lo que no ocurre en los dos ejes restantes (Figura 16). Además, los desplazamientos mostrados son prácticamente nulos.

En la Tabla 12 y en la Figura 17 muestra que las fuerzas distribuidas en el eje x, en los rigidizadores 2, 3, 4 son los que absorben mayor fuerza, cuando el sentido de aplicación de carga lateral es en el eje X (+/-); el rigidizador 1 absorbe mayor fuerza cuando la dirección de la carga lateral está en el eje Y (+/-). La distribución de fuerzas en el eje y, ocurre lo contrario a los resultados obtenidos del eje x. Las fuerzas de momentos absorbidos predominan en el rigidizador 2, a diferencia de los otros rigidizadores.

EJE	EJE X				EJE Y				EJE Z			
	X+	X-	Y+	Y-	X+	X-	Y+	Y-	X+	X-	Y+	Y-
RIGIDIZADOR 1	0,00	0,05	-6,28	6,39	1,12	-0,75	13,52	-12,76	4,40	-3,32	1,84	0,33
	0,21	-0,25	-12,44	12,37	-4,45	3,26	-5,08	2,70	-1,39	1,08	-0,88	0,26
	12,88	-12,47	3,65	-2,83	21,27	-19,29	23,78	-19,82	-56,43	57,51	-44,10	46,26
	1,72	-4,41	-4,18	-1,19	-21,25	21,09	-19,28	18,97	83,26	-80,76	22,25	-17,24
	83,26	-88,29	123,30	-133,36	-107,71	107,82	-45,12	45,36	-49,80	48,08	13,83	-17,29
RIGIDIZADOR 2	-59,15	63,12	-97,96	105,92	76,51	-74,69	-5,63	9,26	59,67	-59,33	18,50	-17,82
	-5,72	5,30	-7,12	6,28	0,11	-0,11	0,07	-0,07	0,22	-0,25	0,70	-0,75
	-8,62	8,94	7,45	-6,82	-0,24	0,26	-0,70	0,75	-0,12	0,14	-0,26	0,29
	-38,21	35,78	-16,96	12,11	-10,76	10,15	-19,77	18,55	11,25	-14,11	43,28	-49,00
	-14,77	15,52	3,96	-2,46	-7,38	10,29	-27,49	33,32	-0,91	1,61	-11,21	12,62
RIGIDIZADOR 3	-62,03	62,26	-30,35	30,80	7,44	-7,45	0,66	-0,69	38,64	-27,69	-191,49	213,39
	24,26	-24,34	11,49	-11,64	-4,19	4,22	-1,50	1,58	182,44	-195,35	357,59	-383,42
	0,05	-0,06	0,01	-0,02	-1,42	1,44	-6,32	6,36	-0,01	0,01	-0,01	0,01
	-0,01	0,01	0,01	-0,01	-0,10	0,93	-2,04	3,69	-0,04	-0,01	0,14	-0,22
	-0,43	0,48	-1,11	1,21	-3,03	3,35	-6,50	7,13	0,97	-1,04	1,32	-1,46
RIGIDIZADOR 4	1,78	-2,02	3,63	-4,12	-1,53	1,36	4,76	-5,11	-14,32	14,63	-11,05	11,66
	-112,23	113,27	-84,37	86,43	-14,02	14,74	-6,35	7,78	-5,90	5,86	-1,39	1,32
	-11,60	10,81	-20,28	18,70	-3,06	5,47	-39,05	43,88	6,53	-6,55	2,68	-2,71
	0,02	0,00	-0,07	0,13	-0,17	0,12	0,21	-0,30	-0,02	0,02	-0,02	0,02
	0,17	-0,12	-0,34	0,43	0,04	-0,03	0,13	-0,11	-0,11	0,15	-0,37	0,45
RIGIDIZADOR 5	0,97	-0,84	-0,32	0,58	-1,70	1,85	-1,77	2,08	-1,63	1,55	-0,97	0,81
	12,55	-12,96	10,57	-11,40	3,87	-3,86	3,04	-3,01	-0,99	1,05	-1,64	1,76
	152,76	-153,82	81,83	-83,94	21,53	-17,53	-70,60	78,61	-61,46	63,51	-63,15	67,25
	-126,71	122,56	33,20	-41,50	74,94	-78,16	90,74	-97,19	8,83	-8,85	3,62	-3,66

Tabla 12: Fuerzas y momentos distribuidos en cada rigidizador, en el eje x, y, z, según la dirección de aplicación de las fuerzas externas (sin flexotorsión).

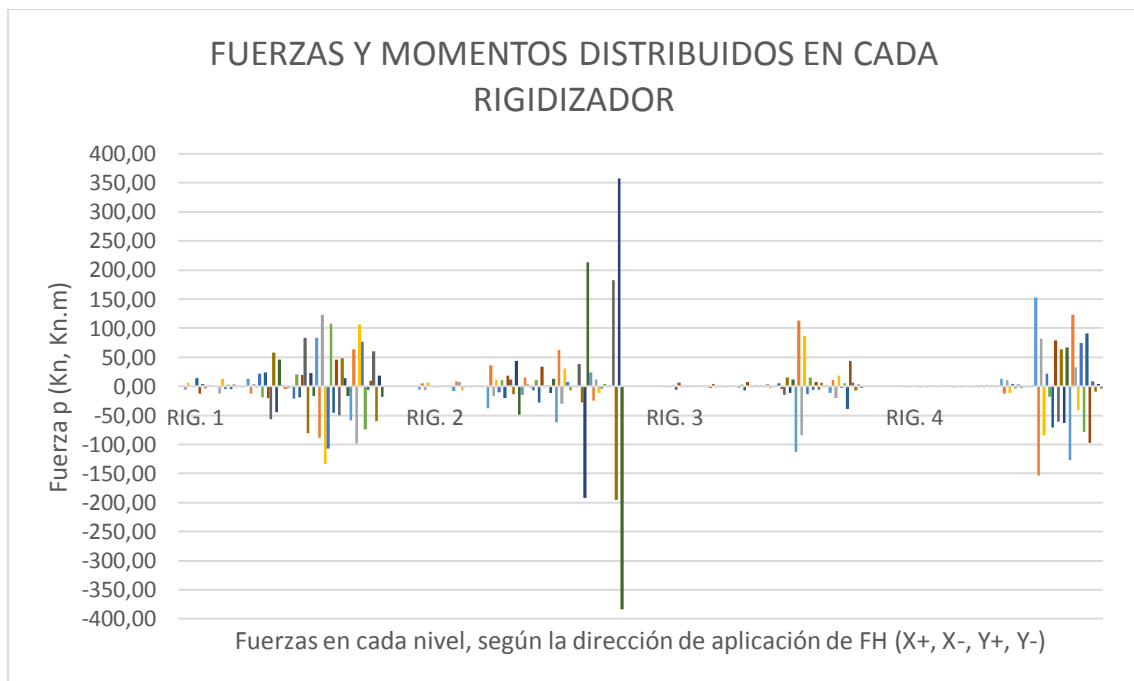


Figura 17: Fuerzas y momentos distribuidos en cada rigidizador, en el eje x, y, z, según la dirección de aplicación de las fuerzas externas (sin flexotorsión).

3.5.2 Resultados considerando la Flexotorsión

RESULTADOS DE Z SEGÚN LA DIRECCIÓN DE P
x 1,0E-5 m

Z	X+	X-	Y+	Y-	NIVEL
Zx1	0,025	-0,026	0,256	-0,259	Nivel 1
Zy1	0,004	-0,004	0,179	-0,180	
Zz1	0,008	-0,008	-0,020	0,020	
Zx2	0,042	-0,044	0,343	-0,347	Nivel 2
Zy2	0,012	-0,013	0,322	-0,325	
Zz2	0,022	-0,021	-0,037	0,038	
Zx3	1,341	-1,226	-2,014	2,245	Nivel 3
Zy3	-0,101	0,094	0,703	-0,717	
Zz3	0,094	-0,090	-0,152	0,160	
Zx4	1,931	-1,726	-3,776	4,186	Nivel 4
Zy4	0,122	-0,111	0,364	-0,341	
Zz4	0,089	-0,084	-0,177	0,186	
Zx5	-2,773	2,510	3,193	-3,719	Nivel 5
Zy5	0,321	-0,152	-2,593	2,929	
Zz5	0,172	-0,124	-0,712	0,808	
Zx6	-0,915	1,017	-1,775	1,979	Nivel 6
Zy6	-0,184	0,437	-4,003	4,508	
Zz6	-0,024	0,047	-0,427	0,473	

Tabla 13: Desplazamientos del edificio según la dirección de aplicación de las fuerzas externas, con flexotorsión.

Así mismo, para una mejor interpretación de resultados, se presenta la Figura 18 a partir de los datos que se muestran en la Tabla 13. La simbología X+, X-, Y+, Y- representan la dirección de aplicación de las fuerzas horizontales externas (Figura 11).

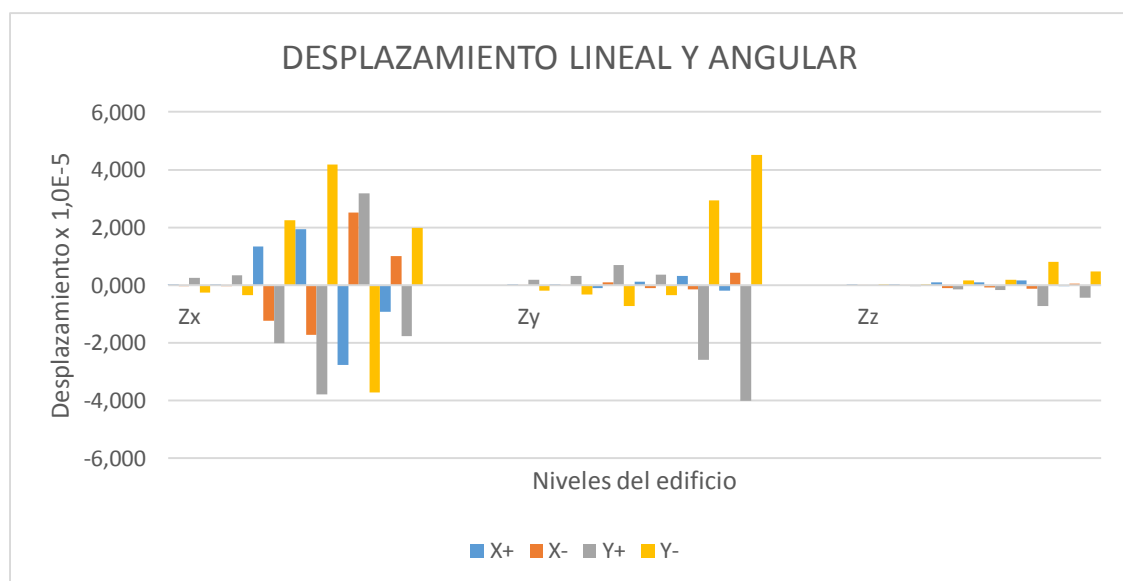


Figura 18: Desplazamiento lineal y angular (Zx,Zy,Zz), según la dirección de aplicación de las fuerzas externas (con flexotorsión).

En la Figura 18 se observa que los rigidizadores no se desplazan uniformemente, debido a la consideración del momento flexotorsor, es decir, existe mayor aporte de rigidez. Los desplazamientos lineales Zx , referidos al eje x, predominan sobre los desplazamientos lineales en Zy y angulares en Zz . Se puede observar que, en el eje x, los máximos desplazamientos están presentes en el cuarto y quinto piso, en cambio en eje y, se presentan en el último piso, seguidamente en el eje z se presenta en la quinto piso, predominando entre los mismo cuando la dirección de carga lateral está en el sentido Y (+/-). Dicho anteriormente, los desplazamientos mostrados son prácticamente nulos.

En la Tabla 14 y en la Figura 19 se puede ver que las fuerzas distribuidas son absorbidas, por los rigidizadores, en su gran mayoría en el eje x, seguido del eje y, y finalmente en el eje z. Estas fuerzas de rigidez incrementan en magnitud cuando las fuerzas laterales externas se aplican en el sentido de Y (+/-), expresamente entre el cuarto y quinto nivel del edificio. El rigidizador 2 es el que presenta mayor aporte en rigidez, esto es lógico debido a la incorporación en el equilibrio de la planta, el mismo que es de sección canal. La consideración del momento flexotorsor ha generado cambios en la distribución de fuerzas horizontales en los rigidizadores, consecuentemente genera desplazamientos no uniformes.

EJE	EJE X				EJE Y				EJE Z			
	X+	X-	Y+	Y-	X+	X-	Y+	Y-	X+	X-	Y+	Y-
RIGIDIZADOR 1	-0,16	0,15	-7,06	7,03	1,75	-1,82	29,93	-30,08	5,20	-5,39	37,13	-37,52
	0,25	-0,22	-17,89	17,96	-5,49	5,70	-44,62	45,05	-1,66	1,71	-11,15	11,26
	-20,55	18,39	42,45	-46,78	-99,19	94,24	142,77	-152,65	-35,25	31,98	50,03	-56,57
	103,83	-96,48	-184,13	198,82	27,24	-26,71	-25,20	26,25	61,91	-55,64	-56,28	68,82
	98,57	-88,59	-170,82	190,78	16,05	-13,69	-30,98	35,70	5,91	-4,34	-22,37	25,52
RIGIDIZADOR 2	-17,94	14,68	54,69	-61,22	-8,24	6,39	25,55	-29,25	-11,84	9,70	29,60	-33,89
	-6,18	6,04	-19,58	19,30	0,19	-0,18	0,02	-0,01	0,40	-0,39	0,06	-0,03
	-8,32	7,75	29,58	-30,73	-0,42	0,41	-0,20	0,18	-0,22	0,22	0,23	-0,25
	20,79	-20,53	-63,39	63,90	24,70	-22,25	-76,45	81,35	98,16	-92,03	-106,81	119,07
	-135,69	125,52	197,39	-217,71	-109,96	102,11	158,75	-174,45	-24,42	23,04	21,51	-24,27
RIGIDIZADOR 3	12,76	-10,70	-28,02	32,15	1,12	-1,50	1,17	-1,93	-70,70	51,65	273,53	-311,62
	-4,72	3,96	10,15	-11,66	-0,17	0,31	-0,58	0,86	112,52	-88,15	-340,73	389,47
	0,09	-0,09	-0,22	0,23	-1,84	2,09	-14,73	15,23	0,10	-0,09	-0,29	0,29
	-0,02	0,02	0,06	-0,06	0,06	0,34	9,22	-8,43	0,34	-0,32	-1,73	1,78
	-1,47	1,38	1,07	-1,26	-2,23	1,91	4,93	-5,58	5,51	-5,26	-8,58	9,07
RIGIDIZADOR 4	3,45	-3,21	-5,37	5,85	-0,82	1,23	-2,05	2,88	-7,13	6,35	8,01	-9,59
	-114,79	102,16	183,73	-209,00	17,12	-13,15	-46,13	54,08	3,48	-2,55	-13,09	14,95
	26,07	-29,14	15,73	-21,88	-2,61	1,81	17,98	-19,59	-1,10	1,32	-4,80	5,25
	0,28	-0,31	4,38	-4,45	-0,12	0,12	1,26	-1,25	0,89	-0,86	-2,21	2,27
	0,75	-0,79	5,82	-5,90	0,19	-0,21	5,03	-5,07	0,89	-0,85	-1,53	1,59
RIGIDIZADOR 5	61,63	-56,62	-84,31	94,34	-2,68	2,48	13,93	-14,31	1,21	-1,18	-4,02	4,08
	84,27	-75,05	-170,13	188,58	2,68	-2,42	5,75	-5,23	0,88	-0,99	-0,47	0,25
	-76,93	68,53	105,13	-121,92	15,11	-12,08	-45,08	51,15	6,10	-6,17	2,71	-2,85
	-13,44	16,85	-53,68	60,49	-7,95	14,15	-98,84	111,24	-1,48	1,78	-6,38	6,97

Tabla 14: Fuerzas y momentos distribuidos en cada rigidizador, en el eje x, y, z, según la dirección de aplicación de las fuerzas externas (con flexotorsión).

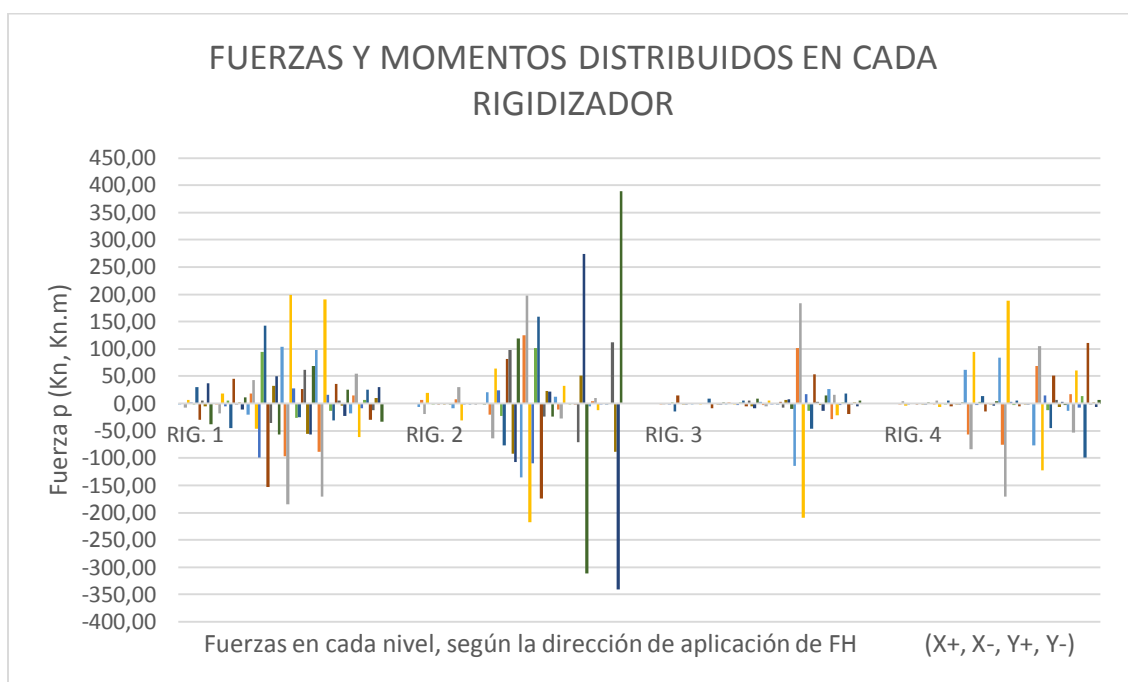


Figura 19: Fuerzas y momentos distribuidos en cada rigidizador, en el eje x, y, z, según la dirección de aplicación de las fuerzas externas (sin flexotorsión).

3.5.3 Discusión de resultados

Los desplazamientos en los dos casos son prácticamente nulos, y sus signos se rigen de acuerdo al convenio asumido. Realizando una comparación entre los dos resultados se tiene que los desplazamientos con magnitud mayor se presentan en el caso de no considerar la flexotorsión, además, se tiene que los desplazamientos predominantes son de Z_x , referidos al eje x, en los dos casos. Finalmente, se muestra que estos desplazamientos son más apreciables cuando la dirección de aplicación de la fuerza lateral esta en sentido Y (+/-).

De acuerdo a la Figura 17 y a la Figura 19, se observa que los rigidizadores absorben más fuerza distribuida, cuando la dirección de aplicación de las fuerzas horizontales están en sentido de Y (+/-), en especial cuando se considera el momento flexotoror, mismo que genera cambios en la distribución con respecto a no considerar la flexotorsión. El rigidizador 2, es el que mayor magnitud de fuerza distribuida presenta, sean fuerzas lineales o fuerzas de momento; esto se debe a que su sección es tipo canal. En comparación de resultados, la consideración del momento flexotoror, incrementa la magnitud de las fuerzas distribuidas, mencionando así que en ciertos rigidizadores y niveles del edificio, que no aportaban mayor fuerza de rigidez, incrementan notoriamente (ver del Anexo 6 al Anexo 11).

Estos resultados muestran la importancia de la tipología, disposición y ubicación de los rigidizadores en planta, de pared delgada y sección abierta. Es importante,



también, mencionar que la consideración del efecto de momento flexotorsor incrementa la magnitud de fuerzas distribuidas sobre el edificio.

Consecuentemente, me garantiza una reducción en los efectos de acciones horizontales (viento y/o sismo), debido a que permite que se absorba mayor fuerzas distribuidas en forma racional, disminuyendo así los ángulos de torsión actuantes en los diferentes tipos de rigidizadores verticales.

4 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones:

El método PPG, como un método alternativo, a la distribución de fuerzas horizontales nos ha demostrado eficiencia y capacidad para la obtención de desplazamientos y coeficientes de rigidez que aporta cada rigidizador dispuesto en planta, además es de fácil aplicación y programación informática para amortiguar la solución de grandes matrices.

La tipología y la disposición en planta de rigidizadores verticales con perfil de pared delgada y sección abierta, muestra gran importancia en el desarrollo de la distribución de fuerzas horizontales, es decir, según sea la ubicación e inclinación en planta, ciertos elementos verticales absorben más fuerza lateral que otros.

La consideración del efecto del momento flexotorsor conduce a un análisis más eficiente que garantiza la distribución de fuerzas horizontales de una forma racional, logrando disminuir el ángulo de torsión. El aporte de fuerzas de rigidez de cada rigidizador vertical incrementa, en comparación a no considerar este efecto, permitiendo una mayor estabilidad, funcionalidad y seguridad de soportar cargas horizontales y verticales, es decir, disminuye la vulnerabilidad de la estructura, debido a que permite un diseño estructural óptimo de los rigidizadores, para absorber eficientemente las fuerzas horizontales distribuidas. Además, se ha podido verificar que disminuye la magnitud de los desplazamientos, cumpliendo a un más las expectativas de la ingeniería estructural, mismo que busca disminuir al máximo los mismos producidos por acciones horizontales a medida que incrementa la altura del edificio.

Recomendaciones:

Utilizar el método de distribución de fuerzas horizontales considerando el efecto del momento flexotorsor, en edificios establecidos o de construcción, para incentivar y optimizar su uso en la obtención de coeficientes de rigidez y desplazamientos producidos por cargas horizontales y verticales.

Desarrollar un programa informático generalizado que contenga todo el proceso del método PPG, partiendo de la obtención de las matrices de rigidez ri de cada rigidizador vertical, para facilitar la obtención de resultados en menor tiempo, utilizando la teoría de elementos finitos, el mismo que permite resultantes más exactos.



5 BIBLIOGRAFÍA

Referencias Bibliográficas:

1. Kaufmann, D. (5 de Marzo de 2010). Natural Disasters, National Diligence: The Chilean Earthquake in Perspective. Obtenido de BROOKINGS INSTITUTION PRESS: <http://www.brookings.edu/>
2. Canciani, J. M., & Cei, C. (2009). Edificios en Altura-Acción del Viento. En Universidad de Buenos Aires, Estructuras III (págs. 2-3). Buenos Aires. Obtenido de www.inti.gob.ar/cirsoc/
3. Canciani, J. M., & Cei, C. (2009). Acciones Sísmicas. En Universidad de Buenos Aires, Estructuras III (págs. 3-11). Buenos Aires. Obtenido de www.catedracanciani.com.ar/
4. Jaramillo Jimenez, J. O. (s.f.). Universidad de Colombia. Obtenido de Estructuras I: Los pórticos o marcos: <http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/>
5. Cabrera, P., & Ruíz, D. (2007). Distribución de cargas laterales en estructuras. Tesis, Universidad de Cuenca, Ingeniería Civil, Cuenca. Obtenido de <http://dspace.ucuenca.edu.ec/>
6. Manterola Armisen, J. D. (Junio de 1985). La estructura resistente de los edificios altos. Informes de la Construcción, 37(371), pág 9, 15.
7. Basset Salom , L. (s.f.). Edificios en altura. Universidad Politécnica de Valencia, Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras, Valencia.
8. Ortiz Berrocal, L. (1990). Teoría general de la flexión. Análisis de Tensiones. En Resistencia de Materiales (págs. 180-202;). Madrid, España: McGraw-Hill.
9. Cervera Ruiz, M., & Blanco Díaz, E. (2001). Momento Torsor. En Mecánica de Estructuras Libro I: Resistencia de Materiales (págs. 263-302). Barcelona, España: EDICIONS UPC.
10. Taller vertical de estructuras D.I.M.N. - Nivel III. (s.f.). Torsión. Taller, Universidad Nacional de la Plata, Facultad de Ingeniería, La Plata. Obtenido de www.ing.unlp.edu.ar/
11. Gutiérrez Mora, P. (1964). Flexión y torsión de perfiles de paredes delgadas de sección abierta. Ingeniería Civil, XV(1), 3-73.
12. NEC. (2011). Peligro sísmico y requisitos de diseño sismo resistente. Norma Ecuatoriana de la Construcción. Quito, Ecuador: MIDUVI.



13. Pupo Sintras, N. M., & Recarey Morfa, C. D. (2004). Análisis de estructuras de edificios altos. Revista internacional de metodos numéricos para cálculo y diseño en ingeniería, 20(1), 61-76.

Bibliografía consultada:

- ACI 318-08. (2008). Requisitos de reglamento para concreto estructural. Washington D. C.: American Concrete Institute.
- Aguilar, R. (2003). Análisis sísmico de edificios. Investigaciones Científicas Escuela Politécnica del Ejército.
- Barahona, R. (2001). Distribución de fuerzas laterales sobre muros de cortante. Tesis, Universidad de Cuenca, Ingeniería Civil, Cuenca.
- Cabrera, E. (2003). Diseño estructural en concreto armado de un edificio de nueve pisos en la ciudad de Piura. Tesis, Universidad de Piura, Ingeniería Civil, Piura.
- Cervera Ruiz, M., & Blanco Díaz, E. (2001). Mecánica de Estructuras Libro I: Resistencia de Materiales. Barcelona, España: EDICIONS UPC.
- Chandías, M. E. (1982). Introducción a la construcción de edificios. Ingeniería Civil.
- Cortínez, V. H., & Rossi, R. E. (Abril de 1997). Dinámica de vigas de sección abierta de pared delgada deformables por corte sujetas a un estado inicial de tensiones. Universidad Politécnica de Catalunya, 293-314.
- Falconí, R. A. (2004). Análisis Matricial de estructuras (Tercera ed., Vol. 3). Riobamba, Ecuador: CEINCI-ESPE.
- Fariña, L. M., Opaso, C., & Vera Puz, P. (2012). Impactos ambientales del terremoto y tsunami en Chile. Fundación Terram, Santiago de Chile.
- Feodosiev, V. I. (1972). Resistencia de materiales. Moscú: MIR.
- Hernández Pérez, J. E. (1972). Fuerzas laterales en edificios con tímpanos. Ingeniería Civil, 11-12.
- Hernández, J., Prendes, R., & Altuzarra, G. (1994). Método de distribución de fuerzas horizontales en edificios con pórticos y tímpanos. Ingeniería estructural y vial, 2, 34-45.
- Landeta, D. (15 de Agosto de 2014). Los temblores de los últimos 50 años en Ecuador. (D. Landeta, Ed.) EL COMERCIO. Obtenido de <http://www.elcomercio.com/actualidad/>



- Lin, T. (1964). Distribución de fuerza lateral en un edificio de hormigón. Revista Ingeniería Civil.
- Llanes Burón , C. (1984). Algunos criterios sobre el diseño de edificios altos. Ingeniería Civil, 1, 16-28.
- Naranjo Urbina, A. G. (2011). Los desplazamientos de los pórticos ante fuerzas horizontales y verticales y su forma de calculo. Tesis, Ambato. Obtenido de <http://repositorio.uta.edu.ec/>
- Nash, W. A. (1978). Teoria y problemas de resistencia de materiales. Mexico 17, D. F.: McGRAW-HILL.
- Placencia, P. (2014). Apuntes de proyectos estructurales y configuración estructural. Escuela Politécnica Nacional.

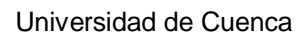


6 ANEXOS

CÁLCULO DE CARGAS ACTUANTES Y CORTANTE BASAL

CARACTERÍSTICAS DEL EDIFICIO		DISPOSICIÓN DE RIGIDIZADORES EN PISO				CARGAS EN CADA NIVEL		CARGA VIVA (CEC)		ACELERACIÓN ESPECTRAL	
Pisos	5	EN LA DIRECCIÓN X		EN LA DIRECCIÓN Y		Losa	450,00 Kn	Cubierta destinada para área de paseo	3 kn/m ²	Pórticos espaciales de hormigón armado con muros estructurales	
Cubierta	1	Número	1 u	Número	2 u	Piso	33,12 Kn	Escaleras	2 kn/m ²	Ct	
DIMENSIONES EN PLANTA		b	0,25 m	b	0,25 m	Relleno de piso	25,92 Kn	Vivienda (un y bi familiar)	2 kn/m ²	α	
Ancho	6 m	h	4 m	h	3 m	Rigidizadores	283,59 Kn			Hh	
Largo	12 m	Y	25 kn/m ³	Y	25 kn/m ³	Paredes no estructural	72 Kn			T	
Area	72 m ²	L carga	2,75 m	L carga	2,75 m	Instalaciones	43,2 Kn			Fa	
SECCION CANAL		CUBIERTA		CORTANTE BASAL		TOTAL	907,83 Kn	CARGA VIVA		Fs	
PISO		Area trans.	1,625 m ²	Area trans.	1,625 m ²	Losa	450,00 Kn	Cubierta	216 kn	Fd	
e	0,02 m	Y	25 kn/m ³	Y	25 kn/m ³	Piso	33,12 Kn	Entrepiso	144 kn	Z	
Y	23 kn/m ³	L carga	2,75 m	L carga	2,75 m	Rigidizadores	141,80 Kn	TOTAL	936 Kn	r	
RELLENO DE PISO		CUBIERTA		CORTANTE BASAL		TOTAL	650,84 Kn			n	
e	0,02 m	EN LA DIRECCIÓN X	1 u	EN LA DIRECCIÓN Y	2 u	Losa	450,00 Kn			Tc	
Y	18 kn/m ³	Número	1 u	Número	2 u	Piso	33,12 Kn			Sa	
LOSA O ENTREPISO		b	0,25 m	b	0,25 m	Relleno de piso	25,92 Kn				
e	0,25 m	h	4 m	h	3 m	Rigidizadores	141,80 Kn				
Y	25 kn/m ³	Y	25 kn/m ³	Y	25 kn/m ³	TOTAL	650,84 Kn				
PAREDES NO ESTRUCTURALES		L carga	1,375 m	L carga	1,375 m						
1 kn/m ²		SECCION CANAL		CORTANTE BASAL							
0,6 kn/m ²		Area trans.	1,625 m ²	Area trans.	1,625 m ²	W=CM+0,25"CV	5424 KN				
		Y	25 kn/m ³	Y	25 kn/m ³	Perfil de suelo (roca de rig. med.)	B				
		L carga	1,375 m	L carga	1,375 m	Factor de importancia (I)	1				
						Aceleración espectral (Sa) Cuenca	0,136				
						Factor de Reducción R	6				
						F. configuración en planta	1				
						F. configuración en elevación	1				
						Cortante Basal (V) (Kn)	123,33				

Anexo 1: Cálculo de cargas actuantes y cálculo del cortante basal.



Anexo 2: Matriz de incidencia (A).



-29675915,8	0	0	16799324,1	0	0	-375644,949	0	0	-133790,688	0	0	-4563,508	0	0	-167,054	0	0
0	-33096669	0	0	17732455,1	0	0	0	0	0	0	-639454,845	0	0	-187556,817	0	0	-133076,336
0	0	12948091,5	0	0	0	-892012,98	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16799324,1	0	0	-25767196,6	0	0	16932803,5	0	0	-3913282,7	0	0	-133479,371	0	0	-4886,22	0	0
0	17732455,1	0	0	-31479187,1	0	0	18261886,3	0	0	-1805039,05	0	0	-529431,253	0	0	-375644,949	0
0	0	-892012,98	0	0	8350299,44	0	0	-892012,98	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3917846,2	0	0	0	0	0	0	0	0	169333114,8	0	0	-3908719,2	0	0	0	0	0
0	-1992595,87	0	0	18261886,3	0	0	-31291630,3	0	0	18371909,9	0	0	0	0	0	-143084,758	0
0	0	0	0	0	0	-892012,98	0	6910041,81	0	0	-892012,98	0	0	0	0	0	0
-133790,688	0	0	0	0	0	0	0	0	-25758069,6	0	0	17066594,2	0	0	-4190002,5	0	0
0	-639454,845	0	0	-3913282,7	0	0	18371909,9	0	0	-31104073,4	0	0	0	0	0	-3537126,9	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-892012,98	0	0	6275066,81	0	0	-892012,98	0	0	0
-4563,508	0	0	0	0	0	0	0	0	17066594,2	0	0	-21849350,4	0	0	8829673,97	0	0
0	-187556,817	0	0	-529431,253	0	0	-1617482,23	0	0	18901341,2	0	0	-29486591,2	0	0	12974732,2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18901341,2	0	0	0	0	0	0	-892012,98
-167,054	0	0	0	0	0	0	0	0	-4190002,5	0	0	8829673,97	0	0	-4491527,8	0	0
0	-133076,336	0	0	-375644,949	0	0	-1147644,82	0	0	-3537126,9	0	0	0	0	0	-7742206,9	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5006534,47

$r_2 =$

Anexo 4: Matriz r del rigidizador 2, considerando la flexotorsión.



-734516,151	0	0	463360,874	0	0	-185180,208	0	0	48479,635	0	-11924,021	0	0	1965,807	0	0
0	-34143818	0	0	18669414	0	0	-3034374,55	0	0	-583791,282	0	-108441,677	0	0	-32050,54	0
0	0	2925755,74	0	0	-528574,7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
463360,874	0	0	-573183,986	0	0	420746,889	0	0	-173256,187	0	42613,985	0	0	-7025,389	0	0
0	18669414	0	0	-31326326,5	0	0	19212918,3	0	0	-2925932,87	0	-543504,291	0	0	-160635,713	0
0	0	-528574,7	0	0	0	0	0	-528574,7	0	0	0	0	0	0	0	0
-185180,208	0	0	420746,889	0	2906164,66	0	0	0	414881,239	0	-161332,165	0	0	26597,4	0	0
0	-3034374,55	0	0	19212918,3	0	0	-561259,964	0	0	19253205,3	0	-2817491,2	0	0	-832725,176	0
0	0	0	0	0	-528574,7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
48479,635	0	0	0	0	0	0	0	2906959,29	0	0	372267,253	0	0	-101111,976	0	0
0	-583791,282	0	-173256,187	0	0	0	0	0	-528574,7	0	0	19796709,6	0	0	-4322305,8	0
-11924,021	0	0	0	-2925932,87	0	0	19253205,3	0	0	-31109443,2	0	0	-528574,7	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-108441,677	0	0	0	0	0	-2817491,2	0	0	372267,253	0	-388003,777	0	0	143445,901	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	19796709,6	0	-28291952	0	0	11984823,1	0
1965,807	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-528574,7	0	0	0	0	-528574,7
0	-32050,54	0	0	0	0	0	26597,4	0	-101111,976	0	143445,901	0	2905957,09	0	-63388,234	0
0	0	0	0	-160635,713	0	0	-832725,176	0	0	-4322305,8	0	11984823,1	0	0	-6631152,3	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-528574,7	0	0	2377382,39

$r_4 =$

Anexo 5: Matriz r del rigidizador 4, considerando la flexotorsión.

RESULTADOS DE DESPLAZAMIENTOS z ORDENADO POR PISOS ($z \times 1,0 \text{ E-5}$)

SIN FLEXOTORSIÓN						CON FLEXOTORSIÓN					
NIVEL	z	X+	X-	Y+	Y-	z	X+	X-	Y+	Y-	
Nivel 1	zx1	0,004	-0,003	0,102	-0,099	zx1	0,004	-0,004	0,179	-0,180	
	zy1	0,028	-0,021	0,017	-0,003	zy1	0,026	-0,027	0,253	-0,257	
	zz1	0,004	-0,005	0,015	-0,017	zz1	0,008	-0,008	-0,020	0,020	
	zx2	0,005	0,009	-0,063	0,091	zx2	-0,020	0,016	0,360	-0,367	
	zy2	0,029	-0,036	0,189	-0,203	zy2	0,054	-0,052	0,061	-0,059	
	zz2	0,004	-0,005	0,015	-0,017	zz2	0,008	-0,008	-0,020	0,020	
	zx3	0,004	-0,003	0,102	-0,099	zx3	0,004	-0,004	0,179	-0,180	
	zy3	0,076	-0,085	0,189	-0,205	zy3	0,124	-0,122	0,023	-0,019	
	zz3	0,004	-0,005	0,015	-0,017	zz3	0,008	-0,008	-0,020	0,020	
	zx4	0,027	-0,019	0,013	0,001	zx4	0,024	-0,025	0,258	-0,262	
Nivel 2	zy4	0,004	-0,003	0,102	-0,099	zy4	0,004	-0,004	0,179	-0,180	
	zz4	0,004	-0,005	0,015	-0,017	zz4	0,008	-0,008	-0,020	0,020	
	zx5	0,014	-0,010	0,135	-0,127	zx5	0,012	-0,013	0,322	-0,325	
	zy5	0,040	-0,030	0,022	-0,003	zy5	0,045	-0,047	0,338	-0,342	
	zz5	0,011	-0,013	0,031	-0,036	zz5	0,022	-0,021	-0,037	0,038	
	zx6	-0,019	0,042	-0,150	0,195	zx6	-0,073	0,066	0,538	-0,552	
	zy6	0,079	-0,089	0,324	-0,345	zy6	0,141	-0,137	0,103	-0,095	
	zz6	0,011	-0,013	0,031	-0,036	zz6	0,022	-0,021	-0,037	0,038	
	zx7	0,014	-0,010	0,135	-0,127	zx7	0,012	-0,013	0,322	-0,325	
	zy7	0,166	-0,185	0,392	-0,430	zy7	0,298	-0,290	-0,092	0,109	
Nivel 3	zz7	0,011	-0,013	0,031	-0,036	zz7	0,022	-0,021	-0,037	0,038	
	zx8	0,037	-0,027	0,014	0,006	zx8	0,040	-0,042	0,347	-0,352	
	zy8	0,014	-0,010	0,135	-0,127	zy8	0,012	-0,013	0,322	-0,325	
	zz8	0,011	-0,013	0,031	-0,036	zz8	0,022	-0,021	-0,037	0,038	
	zx9	0,051	-0,026	-0,013	0,062	zx9	-0,101	0,094	0,703	-0,717	
	zy9	1,462	-1,503	1,171	-1,252	zy9	1,353	-1,237	-2,033	2,265	
	zz9	0,030	-0,038	0,090	-0,106	zz9	0,094	-0,090	-0,152	0,160	
	zx10	1,301	-1,297	0,681	-0,673	zx10	0,839	-0,746	-1,203	1,389	
	zy10	0,228	-0,252	0,526	-0,573	zy10	0,463	-0,444	-0,208	0,245	
	zz10	0,030	-0,038	0,090	-0,106	zz10	0,094	-0,090	-0,152	0,160	
Nivel 4	zx11	0,051	-0,026	-0,013	0,062	zx11	-0,101	0,094	0,703	-0,717	
	zy11	1,809	-1,944	2,226	-2,495	zy11	2,457	-2,291	-3,816	4,148	
	zz11	0,030	-0,038	0,090	-0,106	zz11	0,094	-0,090	-0,152	0,160	
	zx12	1,455	-1,493	1,149	-1,225	zx12	1,329	-1,214	-1,995	2,225	
	zy12	0,051	-0,026	-0,013	0,062	zy12	-0,101	0,094	0,703	-0,717	
	zz12	0,030	-0,038	0,090	-0,106	zz12	0,094	-0,090	-0,152	0,160	
	zx13	0,536	-0,525	0,427	-0,406	zx13	0,122	-0,111	0,364	-0,341	
	zy13	2,847	-2,933	2,334	-2,506	zy13	1,942	-1,736	-3,798	4,210	
	zz13	-0,061	0,054	0,000	-0,012	zz13	0,089	-0,084	-0,177	0,186	
	zx14	3,178	-3,231	2,334	-2,440	zx14	1,458	-1,276	-2,828	3,192	
Nivel 5	zy14	0,172	-0,198	0,427	-0,479	zy14	0,654	-0,616	-0,700	0,776	
	zz14	-0,061	0,054	0,000	-0,012	zz14	0,089	-0,084	-0,177	0,186	
	zx15	0,536	-0,525	0,427	-0,406	zx15	0,122	-0,111	0,364	-0,341	
	zy15	2,135	-2,293	2,333	-2,649	zy15	2,984	-2,726	-5,883	6,398	
	zz15	-0,061	0,054	0,000	-0,012	zz15	0,089	-0,084	-0,177	0,186	
	zx16	2,862	-2,947	2,334	-2,503	zx16	1,920	-1,715	-3,754	4,163	
	zy16	0,536	-0,525	0,427	-0,406	zy16	0,122	-0,111	0,364	-0,341	
	zz16	-0,061	0,054	0,000	-0,012	zz16	0,089	-0,084	-0,177	0,186	
	zx17	5,839	-6,015	5,688	-6,040	zx17	0,321	-0,152	-2,593	2,929	
	zy17	13,248	-13,707	14,393	-15,310	zy17	-2,751	2,494	3,104	-3,618	
Nivel 6	zz17	0,102	-0,121	0,330	-0,369	zz17	0,172	-0,124	-0,712	0,808	
	zx18	12,693	-13,045	12,590	-13,295	zx18	-3,691	3,173	6,997	-8,035	
	zy18	6,449	-6,741	7,667	-8,252	zy18	1,353	-0,897	-6,867	7,778	
	zz18	0,102	-0,121	0,330	-0,369	zz18	0,172	-0,124	-0,712	0,808	
	zx19	5,839	-6,015	5,688	-6,040	zx19	0,321	-0,152	-2,593	2,929	
	zy19	14,443	-15,129	18,269	-19,641	zy19	-0,730	1,035	-5,267	5,877	
	zz19	0,102	-0,121	0,330	-0,369	zz19	0,172	-0,124	-0,712	0,808	
	zx20	13,223	-13,677	14,310	-15,218	zx20	-2,794	2,525	3,282	-3,820	
	zy20	5,839	-6,015	5,688	-6,040	zy20	0,321	-0,152	-2,593	2,929	
	zz20	0,102	-0,121	0,330	-0,369	zz20	0,172	-0,124	-0,712	0,808	
Nivel 6	zx21	10,059	-10,461	11,593	-12,398	zx21	-0,184	0,437	-4,003	4,508	
	zy21	-2,012	1,299	13,393	-14,820	zy21	-0,918	1,023	-1,828	2,038	
	zz21	1,773	-1,796	1,014	-1,062	zz21	-0,024	0,047	-0,427	0,473	
	zx22	-11,699	11,115	7,851	-9,019	zx22	-0,787	0,765	0,504	-0,547	
	zy22	20,695	-21,239	17,678	-18,767	zy22	-0,328	0,720	-6,563	7,346	
	zz22	1,773	-1,796	1,014	-1,062	zz22	-0,024	0,047	-0,427	0,473	
	zx23	10,059	-10,461	11,593	-12,398	zx23	-0,184	0,437	-4,003	4,508	
	zy23	18,816	-19,808	25,310	-27,293	zy23	-1,200	1,577	-6,842	7,595	
	zz23	1,773	-1,796	1,014	-1,062	zz23	-0,024	0,047	-0,427	0,473	
	zx24	-2,455	1,748	13,140	-14,555	zx24	-0,912	1,011	-1,722	1,919	
	zy24	10,059	-10,461	11,593	-12,398	zy24	-0,184	0,437	-4,003	4,508	
	zz24	1,773	-1,796	1,014	-1,062	zz24	-0,024	0,047	-0,427	0,473	

Anexo 6: Desplazamientos (z) de cada rigidizador ordenado por pisos.



RESULTADOS DE FUERZAS p ORDENADO POR PISOS

SIN FLEXOTORSIÓN						CON FLEXOTORSIÓN					
NIVEL	p	X+	X-	Y+	Y-	p	X+	X-	Y+	Y-	
Nivel 1	px1	0,00	0,05	-6,28	6,39	px1	-0,16	0,15	-7,06	7,03	
	py1	1,12	-0,75	13,52	-12,76	py1	1,75	-1,82	29,93	-30,08	
	pz1	4,40	-3,32	1,84	0,33	pz1	5,20	-5,39	37,13	-37,52	
	px2	-5,72	5,30	-7,12	6,28	px2	-6,18	6,04	-19,58	19,30	
	py2	0,11	-0,11	0,07	-0,07	py2	0,19	-0,18	0,02	-0,01	
	pz2	0,22	-0,25	0,70	-0,75	pz2	0,40	-0,39	0,06	-0,03	
	px3	0,05	-0,06	0,01	-0,02	px3	0,09	-0,09	-0,22	0,23	
	py3	-1,42	1,44	-6,32	6,36	py3	-1,84	2,09	-14,73	15,23	
	pz3	-0,01	0,01	-0,01	0,01	pz3	0,10	-0,09	-0,29	0,29	
	px4	0,02	0,00	-0,07	0,13	px4	0,28	-0,31	4,38	-4,45	
	py4	-0,17	0,12	0,21	-0,30	py4	-0,12	0,12	1,26	-1,25	
	pz4	-0,02	0,02	-0,02	0,02	pz4	0,89	-0,86	-2,21	2,22	
Nivel 2	px5	0,21	-0,25	-12,44	12,37	px5	0,25	-0,22	-17,89	17,96	
	py5	-4,45	3,26	-5,08	2,70	py5	-5,49	5,70	-44,62	45,05	
	pz5	-1,39	1,08	-0,88	0,26	pz5	-1,66	1,71	-11,15	11,26	
	px6	-8,62	8,94	7,45	-6,82	px6	-8,32	7,75	29,58	-30,73	
	py6	-0,24	0,26	-0,70	0,75	py6	-0,42	0,41	-0,20	0,18	
	pz6	-0,12	0,14	-0,26	0,29	pz6	-0,22	0,22	0,23	-0,25	
	px7	-0,01	0,01	0,01	-0,01	px7	-0,02	0,02	0,06	-0,06	
	py7	-0,10	0,93	-2,04	3,69	py7	0,06	0,34	9,22	-8,43	
	pz7	-0,04	-0,01	0,14	-0,22	pz7	0,34	-0,32	-1,73	1,78	
	px8	0,17	-0,12	-0,34	0,43	px8	0,75	-0,79	5,82	-5,90	
	py8	0,04	-0,03	0,13	-0,11	py8	0,19	-0,21	5,03	-5,07	
	pz8	-0,11	0,15	-0,37	0,45	pz8	0,89	-0,85	-1,53	1,59	
Nivel 3	px9	12,88	-12,47	3,65	-2,83	px9	-20,55	18,39	42,45	-46,78	
	py9	21,27	-19,29	23,78	-19,82	py9	-99,19	94,24	142,77	-152,65	
	pz9	-56,43	57,51	-44,10	46,26	pz9	-35,25	31,98	50,03	-56,57	
	px10	-38,21	35,78	-16,96	12,11	px10	20,79	-20,53	-63,39	63,90	
	py10	-10,76	10,15	-19,77	18,55	py10	24,70	-22,25	-76,45	81,35	
	pz10	11,25	-14,11	43,28	-49,00	pz10	98,16	-92,03	-106,81	119,07	
	px11	-0,43	0,48	-1,11	1,21	px11	-1,47	1,38	1,07	-1,26	
	py11	-3,03	3,35	-6,50	7,13	py11	-2,23	1,91	4,93	-5,58	
	pz11	0,97	-1,04	1,32	-1,46	pz11	5,51	-5,26	-8,58	9,07	
	px12	0,97	-0,84	-0,32	0,58	px12	61,63	-56,62	-84,31	94,34	
	py12	-1,70	1,85	-1,77	2,08	py12	-2,68	2,48	13,93	-14,31	
	pz12	-1,63	1,55	-0,97	0,81	pz12	1,21	-1,18	-4,02	4,08	
Nivel 4	px13	1,72	-4,41	-4,18	-1,19	px13	103,83	-96,48	-184,13	198,82	
	py13	-21,25	21,09	-19,28	18,97	py13	27,24	-26,71	-25,20	26,25	
	pz13	83,26	-80,76	22,25	-17,24	pz13	61,91	-55,64	-56,28	68,82	
	px14	-14,77	15,52	3,96	-2,46	px14	-135,69	125,52	197,39	-217,71	
	py14	-7,38	10,29	-27,49	33,32	py14	-109,96	102,11	158,75	-174,45	
	pz14	-0,91	1,61	-11,21	12,62	pz14	-24,42	23,04	21,51	-24,27	
	px15	1,78	-2,02	3,63	-4,12	px15	3,45	-3,21	-5,37	5,85	
	py15	-1,53	1,36	4,76	-5,11	py15	-0,82	1,23	-2,05	2,88	
	pz15	-14,32	14,63	-11,05	11,66	pz15	-7,13	6,35	8,01	-9,59	
	px16	12,55	-12,96	10,57	-11,40	px16	84,27	-75,05	-170,13	188,58	
	py16	3,87	-3,86	3,04	-3,01	py16	2,68	-2,42	5,75	-5,23	
	pz16	-0,99	1,05	-1,64	1,76	pz16	0,88	-0,99	-0,47	0,25	
Nivel 5	px17	83,26	-88,29	123,30	-133,36	px17	98,57	-88,59	-170,82	190,78	
	py17	-107,71	107,82	-45,12	45,36	py17	16,05	-13,69	-30,98	35,70	
	pz17	-49,80	48,08	13,83	-17,29	pz17	5,91	-4,34	-22,37	25,52	
	px18	-62,03	62,26	-30,35	30,80	px18	12,76	-10,70	-28,02	32,15	
	py18	7,44	-7,45	0,66	-0,69	py18	1,12	-1,50	1,17	-1,93	
	pz18	38,64	-27,69	-191,49	213,39	pz18	-70,70	51,65	273,53	-311,62	
	px19	-112,23	113,27	-84,37	86,43	px19	-114,79	102,16	183,73	-209,00	
	py19	-14,02	14,74	-6,35	7,78	py19	17,12	-13,15	-46,13	54,08	
	pz19	-5,90	5,86	-1,39	1,32	pz19	3,48	-2,55	-13,09	14,95	
	px20	152,76	-153,82	81,83	-83,94	px20	-76,93	68,53	105,13	-121,92	
	py20	21,53	-17,53	-70,60	78,61	py20	15,11	-12,08	-45,08	51,15	
	pz20	-61,46	63,51	-63,15	67,25	pz20	6,10	-6,17	2,71	-2,85	
Nivel 6	px21	-59,15	63,12	-97,96	105,92	px21	-17,94	14,68	54,69	-61,22	
	py21	76,51	-74,69	-5,63	9,26	py21	-8,24	6,39	25,55	-29,25	
	pz21	59,67	-59,33	18,50	-17,82	pz21	-11,84	9,70	29,60	-33,89	
	px22	24,26	-24,34	11,49	-11,64	px22	-4,72	3,96	10,15	-11,66	
	py22	-4,19	4,22	-1,50	1,58	py22	-0,17	0,31	-0,58	0,86	
	pz22	182,44	-195,35	357,59	-383,42	pz22	112,52	-88,15	-340,73	389,47	
	px23	-11,60	10,81	-20,28	18,70	px23	26,07	-29,14	15,73	-21,88	
	py23	-3,06	5,47	-39,05	43,88	py23	-2,61	1,81	17,98	-19,59	
	pz23	6,53	-6,55	2,68	-2,71	pz23	-1,10	1,32	-4,80	5,25	
	px24	-126,71	122,56	33,20	-41,50	px24	-13,44	16,85	-53,68	60,49	
	py24	74,94	-78,16	90,74	-97,19	py24	-7,95	14,15	-98,84	111,24	
	pz24	8,83	-8,85	3,62	-3,66	pz24	-1,48	1,78	-6,38	6,97	

Anexo 7: Fuerzas (p) de cada rigidizador ordenado por pisos.



FUERZAS LINEALES p EN EL EJE X

	X+		X-		Y+		Y-	
	SIN FT	CON FT	SIN FT	CON FT	SIN FT	CON FT	SIN FT	CON FT
RIGIDIZADOR 1	0,00	-0,16	0,05	0,15	-6,28	-7,06	6,39	7,03
	0,21	0,25	-0,25	-0,22	-12,44	-17,89	12,37	17,96
	12,88	-20,55	-12,47	18,39	3,65	42,45	-2,83	-46,78
	1,72	103,83	-4,41	-96,48	-4,18	-184,13	-1,19	198,82
	83,26	98,57	-88,29	-88,59	123,30	-170,82	-133,36	190,78
RIGIDIZADOR 2	-59,15	-17,94	63,12	14,68	-97,96	54,69	105,92	-61,22
	-5,72	-6,18	5,30	6,04	-7,12	-19,58	6,28	19,30
	-8,62	-8,32	8,94	7,75	7,45	29,58	-6,82	-30,73
	-38,21	20,79	35,78	-20,53	-16,96	-63,39	12,11	63,90
	-14,77	-135,69	15,52	125,52	3,96	197,39	-2,46	-217,71
RIGIDIZADOR 3	-62,03	12,76	62,26	-10,70	-30,35	-28,02	30,80	32,15
	24,26	-4,72	-24,34	3,96	11,49	10,15	-11,64	-11,66
	0,05	0,09	-0,06	-0,09	0,01	-0,22	-0,02	0,23
	-0,01	-0,02	0,01	0,02	0,01	0,06	-0,01	-0,06
	-0,43	-1,47	0,48	1,38	-1,11	1,07	1,21	-1,26
RIGIDIZADOR 4	1,78	3,45	-2,02	-3,21	3,63	-5,37	-4,12	5,85
	-112,23	-114,79	113,27	102,16	-84,37	183,73	86,43	-209,00
	-11,60	26,07	10,81	-29,14	-20,28	15,73	18,70	-21,88
	0,02	0,28	0,00	-0,31	-0,07	4,38	0,13	-4,45
	0,17	0,75	-0,12	-0,79	-0,34	5,82	0,43	-5,90

FUERZAS LINEALES p EN EL EJE Y

	X+		X-		Y+		Y-	
	SIN FT	CON FT	SIN FT	CON FT	SIN FT	CON FT	SIN FT	CON FT
RIGIDIZADOR 1	1,12	1,75	-0,75	-1,82	13,52	29,93	-12,76	-30,08
	-4,45	-5,49	3,26	5,70	-5,08	-44,62	2,70	45,05
	21,27	-99,19	-19,29	94,24	23,78	142,77	-19,82	-152,65
	-21,25	27,24	21,09	-26,71	-19,28	-25,20	18,97	26,25
	-107,71	16,05	107,82	-13,69	-45,12	-30,98	45,36	35,70
RIGIDIZADOR 2	76,51	-8,24	-74,69	6,39	-5,63	25,55	9,26	-29,25
	0,11	0,19	-0,11	-0,18	0,07	0,02	-0,07	-0,01
	-0,24	-0,42	0,26	0,41	-0,70	-0,20	0,75	0,18
	-10,76	24,70	10,15	-22,25	-19,77	-76,45	18,55	81,35
	-7,38	-109,96	10,29	102,11	-27,49	158,75	33,32	-174,45
RIGIDIZADOR 3	7,44	1,12	-7,45	-1,50	0,66	1,17	-0,69	-1,93
	-4,19	-0,17	4,22	0,31	-1,50	-0,58	1,58	0,86
	-1,42	-1,84	1,44	2,09	-6,32	-14,73	6,36	15,23
	-0,10	0,06	0,93	0,34	-2,04	9,22	3,69	-8,43
	-3,03	-2,23	3,35	1,91	-6,50	4,93	7,13	-5,58
RIGIDIZADOR 4	-1,53	-0,82	1,36	1,23	4,76	-2,05	-5,11	2,88
	-14,02	17,12	14,74	-13,15	-6,35	-46,13	7,78	54,08
	-3,06	-2,61	5,47	1,81	-39,05	17,98	43,88	-19,59
	-0,17	-0,12	0,12	0,12	0,21	1,26	-0,30	-1,25
	0,04	0,19	-0,03	-0,21	0,13	5,03	-0,11	-5,07

FUERZAS DE MOMENTOS p EN EL EJE Z

	X+		X-		Y+		Y-	
	SIN FT	CON FT	SIN FT	CON FT	SIN FT	CON FT	SIN FT	CON FT
RIGIDIZADOR 1	4,40	5,20	-3,32	-5,39	1,84	37,13	0,33	-37,52
	-1,39	-1,66	1,08	1,71	-0,88	-11,15	0,26	11,26
	-56,43	-35,25	57,51	31,98	-44,10	50,03	46,26	-56,57
	83,26	61,91	-80,76	-55,64	22,25	-56,28	-17,24	68,82
	-49,80	5,91	48,08	-4,34	13,83	-22,37	-17,29	25,52
RIGIDIZADOR 2	59,67	-11,84	-59,33	9,70	18,50	29,60	-17,82	-33,89
	0,22	0,40	-0,25	-0,39	0,70	0,06	-0,75	-0,03
	-0,12	-0,22	0,14	0,22	-0,26	0,23	0,29	-0,25
	11,25	98,16	-14,11	-92,03	43,28	-106,81	-49,00	119,07
	-0,91	-24,42	1,61	23,04	-11,21	21,51	12,62	-24,27
RIGIDIZADOR 3	38,64	-70,70	-27,69	51,65	-191,49	273,53	213,39	-311,62
	182,44	112,52	-195,35	-88,15	357,59	-340,73	-383,42	389,47
	-0,01	0,10	0,01	-0,09	-0,01	-0,29	0,01	0,29
	-0,04	0,34	-0,01	-0,32	0,14	-1,73	-0,22	1,78
	0,97	5,51	-1,04	-5,26	1,32	-8,58	-1,46	9,07
RIGIDIZADOR 4	-14,32	-7,13	14,63	6,35	-11,05	8,01	11,66	-9,59
	-5,90	3,48	5,86	-2,55	-1,39	-13,09	1,32	14,95
	6,53	-1,10	-6,55	1,32	2,68	-4,80	-2,71	5,25
	-0,02	0,89	0,02	-0,86	-0,02	-2,21	0,02	2,27
	-0,11	0,89	0,15	-0,85	-0,37	-1,53	0,45	1,59

Anexo 8: Fuerzas lineales y angulares (p) ordenados por rigidizadores en el eje x, y, z.



DESPLAZAMIENTOS (z) ORDENADOS POR RIGIDIZADORES EN EL EJE X (z x 1,0 E-5)

X+

X-

Y+

Y-

RIGIDIZADOR 1

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,004	0,004
6	0,014	0,012
9	0,051	-0,101
12	0,536	0,122
15	5,839	0,321
18	10,059	-0,184

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	-0,003	-0,004
6	-0,010	-0,013
9	-0,026	0,094
12	-0,525	-0,111
15	-6,015	-0,152
18	-10,461	0,437

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,102	0,179
6	0,135	0,322
9	-0,013	0,703
12	0,427	0,364
15	5,688	-2,593
18	11,593	-4,003

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	-0,099	-0,180
6	-0,127	-0,325
9	0,062	-0,717
12	-0,406	-0,341
15	-6,040	2,929
18	-12,398	4,508

RIGIDIZADOR 2

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,005	-0,020
6	-0,019	-0,073
9	1,301	0,839
12	3,178	1,458
15	12,693	-3,691
18	-11,699	-0,787

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,009	0,016
6	0,042	0,066
9	-1,297	-0,746
12	-3,231	-1,276
15	-13,045	3,173
18	11,115	0,765

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	-0,063	0,360
6	-0,150	0,538
9	0,681	-1,203
12	2,334	-2,828
15	12,590	6,997
18	7,851	0,504

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,091	-0,367
6	0,195	-0,552
9	-0,673	1,389
12	-2,440	3,192
15	-13,295	-8,035
18	-9,019	-0,547

RIGIDIZADOR 3

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,004	0,004
6	0,014	0,012
9	0,051	-0,101
12	0,536	0,122
15	5,839	0,321
18	10,059	-0,184

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	-0,003	-0,004
6	-0,010	-0,013
9	-0,026	0,094
12	-0,525	-0,111
15	-6,015	-0,152
18	-10,461	0,437

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,102	0,179
6	0,135	0,322
9	-0,013	0,703
12	0,427	0,364
15	5,688	-2,593
18	11,593	-4,003

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	-0,099	-0,180
6	-0,127	-0,325
9	0,062	-0,717
12	-0,406	-0,341
15	-6,040	2,929
18	-12,398	4,508

RIGIDIZADOR 4

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,027	0,024
6	0,037	0,040
9	1,455	1,329
12	2,862	1,920
15	13,223	-2,794
18	-2,455	-0,912

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	-0,019	-0,025
6	-0,027	-0,042
9	-1,493	-1,214
12	-2,947	-1,715
15	-13,677	2,525
18	1,748	1,011

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,013	0,258
6	0,014	0,347
9	1,149	-1,995
12	2,334	-3,754
15	14,310	3,282
18	13,140	-1,722

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,001	-0,262
6	0,006	-0,352
9	-1,225	2,225
12	-2,503	4,163
15	-15,218	-3,820
18	-14,555	1,919

Anexo 9: Desplazamientos lineales en el eje x, ordenados por rigidizadores.



DESPLAZAMIENTOS (z) ORDENADOS POR RIGIDIZADORES EN EL EJE Y (z x 1,0 E-5)

X+

X-

Y+

Y-

RIGIDIZADOR 1

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,028	0,026
6	0,040	0,045
9	1,462	1,353
12	2,847	1,942
15	13,248	-2,751
18	-2,012	-0,918

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	-0,021	-0,027
6	-0,030	-0,047
9	-1,503	-1,237
12	-2,933	-1,736
15	-13,707	2,494
18	1,299	1,023

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,017	0,253
6	0,022	0,338
9	1,171	-2,033
12	2,334	-3,798
15	14,393	3,104
18	13,393	-1,828

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	-0,003	-0,257
6	-0,003	-0,342
9	-1,252	2,265
12	-2,506	4,210
15	-15,310	-3,618
18	-14,820	2,038

RIGIDIZADOR 2

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,029	0,054
6	0,079	0,141
9	0,228	0,463
12	0,172	0,654
15	6,449	1,353
18	20,695	-0,328

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	-0,036	-0,052
6	-0,089	-0,137
9	-0,252	-0,444
12	-0,198	-0,616
15	-6,741	-0,897
18	-21,239	0,720

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,189	0,061
6	0,324	0,103
9	0,526	-0,208
12	0,427	-0,700
15	7,667	-6,867
18	17,678	-6,563

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	-0,203	-0,059
6	-0,345	-0,095
9	-0,573	0,245
12	-0,479	0,776
15	-8,252	7,778
18	-18,767	7,346

RIGIDIZADOR 3

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,076	0,124
6	0,166	0,298
9	1,809	2,457
12	2,135	2,984
15	14,443	-0,730
18	18,816	-1,200

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	-0,085	-0,122
6	-0,185	-0,290
9	-1,944	-2,291
12	-2,293	-2,726
15	-15,129	1,035
18	-19,808	1,577

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,189	0,023
6	0,392	-0,092
9	2,226	-3,816
12	2,333	-5,883
15	18,269	-5,267
18	25,310	-6,842

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	-0,205	-0,019
6	-0,430	0,109
9	-2,495	4,148
12	-2,649	6,398
15	-19,641	5,877
18	-27,293	7,595

RIGIDIZADOR 4

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,004	0,004
6	0,014	0,012
9	0,051	-0,101
12	0,536	0,122
15	5,839	0,321
18	10,059	-0,184

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	-0,003	-0,004
6	-0,010	-0,013
9	-0,026	0,094
12	-0,525	-0,111
15	-6,015	-0,152
18	-10,461	0,437

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,102	0,179
6	0,135	0,322
9	-0,013	0,703
12	0,427	0,364
15	5,688	-2,593
18	11,593	-4,003

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	-0,099	-0,180
6	-0,127	-0,325
9	0,062	-0,717
12	-0,406	-0,341
15	-6,040	2,929
18	-12,398	4,508

Anexo 10: Desplazamientos lineales en el eje y, ordenados por rigidizadores.



DESPLAZAMIENTOS (z) ORDENADOS POR RIGIDIZADORES EN EL EJE Z (z x 1,0 E-5)

X+

X-

Y+

Y-

RIGIDIZADOR 1

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,004	0,008
6	0,011	0,022
9	0,030	0,094
12	-0,061	0,089
15	0,102	0,172
18	1,773	-0,024

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	-0,005	-0,008
6	-0,013	-0,021
9	-0,038	-0,090
12	0,054	-0,084
15	-0,121	-0,124
18	-1,796	0,047

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,015	-0,020
6	0,031	-0,037
9	0,090	-0,152
12	0,000	-0,177
15	0,330	-0,712
18	1,014	-0,427

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	-0,017	0,020
6	-0,036	0,038
9	-0,106	0,160
12	-0,012	0,186
15	-0,369	0,808
18	-1,062	0,473

RIGIDIZADOR 2

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,004	0,008
6	0,011	0,022
9	0,030	0,094
12	-0,061	0,089
15	0,102	0,172
18	1,773	-0,024

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	-0,005	-0,008
6	-0,013	-0,021
9	-0,038	-0,090
12	0,054	-0,084
15	-0,121	-0,124
18	-1,796	0,047

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,015	-0,020
6	0,031	-0,037
9	0,090	-0,152
12	0,000	-0,177
15	0,330	-0,712
18	1,014	-0,427

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	-0,017	0,020
6	-0,036	0,038
9	-0,106	0,160
12	-0,012	0,186
15	-0,369	0,808
18	-1,062	0,473

RIGIDIZADOR 3

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,004	0,008
6	0,011	0,022
9	0,030	0,094
12	-0,061	0,089
15	0,102	0,172
18	1,773	-0,024

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	-0,005	-0,008
6	-0,013	-0,021
9	-0,038	-0,090
12	0,054	-0,084
15	-0,121	-0,124
18	-1,796	0,047

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,015	-0,020
6	0,031	-0,037
9	0,090	-0,152
12	0,000	-0,177
15	0,330	-0,712
18	1,014	-0,427

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	-0,017	0,020
6	-0,036	0,038
9	-0,106	0,160
12	-0,012	0,186
15	-0,369	0,808
18	-1,062	0,473

RIGIDIZADOR 4

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,004	0,008
6	0,011	0,022
9	0,030	0,094
12	-0,061	0,089
15	0,102	0,172
18	1,773	-0,024

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	-0,005	-0,008
6	-0,013	-0,021
9	-0,038	-0,090
12	0,054	-0,084
15	-0,121	-0,124
18	-1,796	0,047

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	0,015	-0,020
6	0,031	-0,037
9	0,090	-0,152
12	0,000	-0,177
15	0,330	-0,712
18	1,014	-0,427

ALTURA	SIN FT	CON FT
0	0	0
3	-0,017	0,020
6	-0,036	0,038
9	-0,106	0,160
12	-0,012	0,186
15	-0,369	0,808
18	-1,062	0,473

Anexo 11: Desplazamientos angulares en el eje z, ordenados por rigidizadores.